Schweizerische Physikolympiade

Runde 2

Aarau, 25. März 2017

Theorie Teil 1 : 3 Aufgaben

Dauer : 150 Minuten
Total : 48 Punkte (3·16)
Erlaubte Hilfsmittel : - Taschenrechner ohne Formelspeicher
- Schreib- und Zeichenmaterial

NB : Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt

Viel Glück !

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffman-La Roche AG (Basel)
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Theoretische Probleme

Zeit: 120 Minuten
Maximalpunktzahl: 48 Punkte

Beginne jede Aufgabe auf einem neuen Blatt, um das Korrigieren zu erleichtern.

Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$299\,792\,458\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Permeabilität (Vakuum)	μ_0	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg \cdot m \cdot A^{-2} \cdot s^{-2}}$
Permittivität (Vakuum)	ε_0	$=$	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2 \cdot s^4 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-3}}$
Plancksches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$
Elementarladung	e	$=$	$1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A \cdot s}$
Gravitationskonstante	G	$=$	$6.673\,84(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$
Erdbeschleunigung	g	$=$	$9.81\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$
Avogadro-Zahl	N_A	$=$	$6.022\,141\,29(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Universelle Gaskonstante	R	$=$	$8.314\,459\,8(48)\,\mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$
Boltzmann Konstante	k_B	$=$	$1.380\,648\,8(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$
Stefan-Boltzmann Konstante	σ	$=$	$5.670\,373(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$

Aufgabe 1 : Uhrensynchronisation *(16 Punkte)*

Bei diesem Problem wollen wir die Lorentz-Transformationen herleiten. Die Lorentz-Transformationen sind die Grundlegenden Transformationen von Raum und Zeit zwischen zwei Bezugssystemen in der speziellen Relativitätstheorie.

Wir betrachten folgende Situation: Captain Hendrik ist mit seinem Raumschiff im interstellaren Raum unterwegs. Sein Flug wird von der Erde aus beobachtet.

Captain Hendrik passiert den Kontrollturm der Erde, von wo aus er gradlinig auf die geostationäre Raumstation zufliegt (die Raumstation schwebt also über der Erde immer am gleichen Ort).

Wir machen folgende Definitionen (vgl. Abbildung 1):

- Das Bezugssystem der Erde, in dem auch die geostationäre Raumstation ruht, betrachten wir im allgemeinen als ruhendes Bezugssystem. Wir bezeichnen es mit Σ. Alle Grössen, die in Σ gemessen werden, bezeichnen wir ohne Apostroph. Der Kontrollturm bildet dabei den Ursprung des Koordinatensystems in Σ.
- Wir bezeichnen das Bezugssystem des Raumschiffes mit Σ'. Alle Grössen, die vom Kontrollturm für Σ' gemessen werden, werden mit einem Apostroph gekennzeichnet. Das Cockpit des Raumschiffes befindet sich in der Spitze, es bildet den Ursprung des Koordinatensystems in Σ'.
- Captain Hendrik navigiert sein Raumschiff mit der konstanten Geschwindigkeit $v > 0$ entlang der x-Achse von Σ.
- Die x-Achse in Σ soll mit der x'-Achse in Σ' zusammenfallen.
- Die y- und z-Achse in Σ sollen parallel zu der y'- und z'- Achse von Σ' sein. Die ganze Rechnung kann also eindimensional mit der x-Achse geführt werden.
- Sobald die Spitze des Raumschiffes am Kontrollturm vorbeifliegt, werden sowohl im Kontrollraum, als auch im Raumschiff die Uhren genullt, es gilt also bei $t = t' = 0$, dass die beiden Ursprünge zusammenfallen.
- Die geostationäre Raumstation hat in Σ die Koordinaten $(x_0, 0, 0)$
- Wir vernachlässigen Effekte der Gravitation.

Abb. 1: Situation zum Zeitpunkt $t = 0$. **A** : Erde **B** : Raumschiff von Captain Hendrik **C** : Kontrollturm **D** : Geostationäre Raumstation **E** : Achsen x und x'

Zudem nehmen wir folgende Sachverhalte als gegeben an:

- Eine Länge im bewegten System erscheint im Ruhenden verkürzt (Längenkontraktion). Es gilt
$$\Delta l' = \gamma \cdot \Delta l$$
- Vom ruhenden System aus gemessen erscheint die Zeit im bewegten System langsamer zu vergehen (Zeitdilatation). Es gilt
$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$$
- γ ist definiert als
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Teil A. klassische Rechnung (1.25 Punkte)

In diesem ersten Teil nehmen wir an, dass v sehr klein ist, es treten also noch keine relativistische Effekte auf ($\gamma \approx 1$). Wir wollen nun die Raum und Zeittransformationen in der klassischen Mechanik betrachten, dies sind die sogenannten Galilei-Transformationen.

i. (0.25 P.) Was ist die x-Koordinate der geostationären Raumstation nach der Zeit t in Σ?

ii. (0.75 P.) Was ist die x'-Koordinate der geostationären Raumstation nach der Zeit t in Σ'?

iii. (0.25 P.) Was ist die Zeit t', wenn die Zeit t vergangen ist?

Teil B. Lorentz-Transformation des Ortes (2.25 Punkte)

Ab jetzt betrachten wir den Fall, dass v ziemlich gross ist, es treten also relativistische Effekte auf ($\gamma \neq 1$). Zunächst wollen wir uns der Transformation des Ortes annehmen, dazu brauchen wir die geostationäre Raumstation. Im nicht relativistischen Fall entspricht die Lorentz-Transformation des Ortes der Formel, die Du in der Aufgabe **A ii)** hergeleitet hast.

i. (0.25 P.) Wie gross ist die x-Koordinate der geostationären Raumstation in Σ zum Zeitpunkt t?

ii. (0.5 P.) Wie gross ist der Abstand zwischen dem Raumschiff (genauer dem Ursprung von Σ') zur geostationäre Raumstation nach der Zeit t in Σ?

iii. (0.5 P.) Das Raumschiff führt eine Kopie des Urmeters [1] mit sich. Wie lang erscheint vom Kontrollturm aus gesehen der Urmeter im Raumschiff?

iv. (0.75 P.) Wie gross scheint der Abstand zwischen dem Raumschiff und der geostationären Raumstation nach der Zeit t aus der Sicht vom Kontrollturm, gemessen mit dem Längenmass von Σ' (also mit der Länge des Urmeters in Σ')?

v. (0.25 P.) Was ist also die x'-Koordinate von der geostationären Raumstation in Σ'? Dies ist dann die Lorentz-Transformation des Ortes.

Teil C. Lorentz-Transformation der Zeit (12.5 Punkte)

Nun schauen wir uns die Lorentz-Transformation der Zeit an. Im nicht relativistischen Fall entspricht dies der Formel, die Du in Aufgabe **A iii)** hergeleitet hast.

Als Captain Hendrik den Kontrollturm passiert, synchronisiert er die Uhren in seinem Raumschiff. Um die Transformation herzuleiten betrachten wir die Uhrensynchronisation in Σ' und Σ. Synchronisieren bedeutet, dass zwei Uhren in einem Bezugssystem die gleiche Zeit anzeigen (man sieht eventuell auf beiden Uhren nicht die gleiche Zeit, da das Licht von der weiter entfernten Uhr eine Weile braucht, bis es unser Auge erreicht).

i. (0.5 P.) Zunächst wollen wir schauen, wie man am besten 2 Uhren synchronisiert. Die Uhren im Kontrollturm, die beim Durchflug von Captain Hendrik genullt wurden, sollen mit den Uhren bei der geostationäre Raumstation synchronisiert werden. Dazu schickt der Kontrollturm einen Lichtimpuls Richtung Raumstation aus, der nach der Zeit Δt_1 dort ankommt. Berechne Δt_1.

ii. (0.5 P.) Sobald der Lichtimpuls bei der geostationären Raumstation ankommt, wird er registriert und es wird unverzüglich (also ohne Zeitverzögerung) ein neuer Impuls von der Raumstation zum Kontrollzentrum ausgesandt. Berechne die Zeitspanne Δt_2 vom Aussenden des Impulses bei der geostationären Raumstation bis zum Eintreffen beim Kontrollturm.

iii. (0.75 P.) Damit die Uhr bei der geostationären Raumstation synchron zu den Uhren im Kontrollturm laufen, stellen wir sie so, dass sie beim Eintreffen des Lichimpulses die Hälfte der Zeit $\Delta t_1 + \Delta t_2$ anzeigt. Welche Zeit zeigt die Uhr bei der Raumstation also beim Eintreffen des Lichtimpulses an? Welche Zeit zeigt sie zur Zeit $t = 10s$ an?

iv. (0.5 P.) Nun haben wir eine Uhrensynchronisation im Ruhesystem durchgerechnet. Wir wenden uns nun der Uhrensynchronisation im Raumschiff zu. Beim Vorbeiflug am Kontrollturm nullt auch Captain Hendrik seine Uhr im Cockpit. Er möchte jedoch auch die Uhr im Maschinenraum ganz hinten im Raumschiff mit seiner Uhr im Cockpit synchronisieren. Deshalb führt er eine Uhrensynchronisation durch, welche wir von der Erde aus beobachten. Bevor wir mit der eigentlichen Synchronisation beginnen, brauchen wir noch die Weglänge in Σ. Nimm an, dass in der Betriebsanleitung des Raumschiffes die Länge des Raumschiffes mit L' angegeben ist. Wie lange erscheint das Raumschiff von Σ aus?

Nimm im weiteren an, dass das Licht zur Uhrensynchronisation von ganz vorne nach ganz hinten im Raumschiff muss.

v. (2 P.) Nun können wir mit der eigentlichen Synchronisierung beginnen. Wie bei der Synchronisierung von der geostationären Raumstation schickt auch Captain Hendrik ein Lichtimpuls Richtung Maschinenraum aus. Berechne die Zeit Δt_1, die das Licht braucht, um vom Cockpit zum Maschinenraum zu gelangen, gemessen in Σ. *Beachte :* von Σ aus betrachtet bewegt sich das Raumschiff mit v auf den Lichtimpuls, der mit c unterwegs ist, zu.

vi. (2 P.) Auch bei dieser Synchronisierung sendet die Uhr im Maschinenraum ein neues Signal aus, sobald das Signal vom Cockpit ankommt. Wie gross ist diesmal die Zeitspanne Δt_2, die das Licht vom Maschinenraum zum Cockpit braucht gemessen vom Kontrollturm aus? Beachte auch hier wieder, dass sich das Raumschiff bewegt.

vii. (1 P.) Wir bezeichnen Δt als $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$.

[1] Der Urmeter war früher die Definition des Längenmasses. In dieser Aufgabe heisst dies, dass die Länge des Urmeters im System wo er ruht genau ein Meter ist und das Längenmass definiert.

Berechne $\Delta t'$.

viii. (0.5 P.) Damit die Uhr im Maschinenraum synchron zur Uhr im Cockpit läuft, wird sie so gestellt, dass sie beim Eintreffen des Lichtimpulses die Hälfte von $\Delta t'$ anzeigt. Welche Zeit t'_{M1} zeigt sie beim Eintreffen an?

ix. (1.75 P.) Zum Zeitpunkt $t = 0$ sieht man vom Kontrollturm aus, dass die Uhr im Maschinenraum die Zeit $t'_{M0} = t'_{M1} - \Delta t'_1$ anzeigt. Wie gross ist t'_{M0}? Drücke das Resultat nur mit L, v, c und γ aus. Welche Zeit $t_{\vec{r}}$ zeigt die Uhr an einem beliebigen Ort $\vec{r} = (x, y, z)$ im Raum zur Zeit $t = 0$ an?

x. (0.5 P.) In der vorhergehenden Aufgabe haben wir die Transformation zum Zeitpunkt $t = 0$ an einem beliebigen Ort $\vec{r}$ berechnet. Nun wollen wir dies auch noch für ein beliebiges t berechnen. Wenn in Σ die Zeit t vergangen ist, wie viel Zeit t' ist in Σ' vergangen?

xi. (0.75 P.) Welche Zeit t'_{x0} zeigt die Uhr im Maschinenraum des Raumschiffes in Σ' nach der Zeit t an.

xii. (0.5 P.) Was ist die x-Koordinate des Maschinenraumes nach der Zeit t?

xiii. (1.25 P.) Forme nun Deine Lösung für t'_{x0} so um, sodass sie nur noch von x, t, v, c und γ abhängt. Dies ist nun die Lorentz-Transformation der Zeit.

Aufgabe 2 : Photonengas *(16 Punkte)*

Obwohl sich Photonen in vieler Hinsicht von Atomen und Molekülen unterscheiden, so lässt sich ein Photonengas dennoch mit herkömmlichen thermodynamischen Grössen wie Temperatur, Druck und Entropie beschreiben. Zum Beispiel kann die innere Energiedichte u eines Photonengases als Funktion der Temperatur ausgedrückt werden,

$$u(T) = \frac{4\sigma T^4}{c}$$

wobei σ die Stefan–Boltzmann Konstante ist und c die Lichtgeschwindigkeit. Der Druck des Gases ist

$$p(T) = \frac{u(T)}{3}.$$

Wir betrachten einen reversiblen Kreisprozess des Photonengases bestehend aus den folgenden vier Schritten:

1. Adiabatische Ausdehnung von Volumen V_1 und Temperatur T_1 auf Volumen V_2 und Temperatur T_2.
2. Isotherme Kompression auf Volumen V_3.
3. Adiabatische Kompression von Volumen V_3 und Temperatur T_2 auf Volumen V_4 und Temperatur T_1.
4. Isotherme Ausdehnung auf Volumen V_1.

i. (3 P.) Zeichne ein p-V-Diagramm und ein T-S-Diagramm für den Kreisprozess.

ii. (2 P.) Wie viel Wärme wird dem Photonengas in jedem der vier Schritte hinzugeführt? Benutze dazu den ersten Hauptsatz der Thermodynamik zusammen mit den obigen Ausdrücken für die Energiedichte und den Druck.

iii. (2 P.) Wie gross ist die Entropieänderung in jedem der Schritte?

iv. (0.5 P.) Welche Bedingung muss die Summe der Entropieänderungen erfüllen?

v. (1.5 P.) Mithilfe der Resultate in Aufgaben iii. und iv., zeige dass

$$T_1^3(V_1 - V_4) = T_2^3(V_2 - V_3)$$

vi. (2 P.) Bestimme den Wirkungsgrad des Kreisprozesses und zeige, dass er dem Carnot-Wirkungsgrad entspricht. *Beachte* : $\eta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{W_{Kreisprozess}}{Q_{Gegeben}}$

vii. (3 P.) Zeige, dass VT^β und pV^γ konstant sind für einen adiabatischen Vorgang. Welchen Wert nehmen die Konstanten β und γ an? Vergleiche dein Resultat mit dem eines ideales Gases.
Tipp: Wie ist es möglich, dass die Gleichung in Aufgabe v. für beliebige Werte des Volumens V_1 erfüllt werden kann?

viii. (1 P.) Wie gross sind der Druck des Photonengases bei Raumtemperatur? Ist dies viel oder wenig im Vergleich zu Drücken, welchen du im Alltag begegnest?

ix. (1 P.) Beschreibe einen Versuchsaufbau, mit welchem der Kreisprozess prinzipiell realisiert werden kann. Welche praktischen Schwierigkeiten stellt ein solches Experiment dar?

Aufgabe 3 : Der Hall-Effekt *(16 Punkte)*

In dieser Aufgabe untersuchen wir, wie ein Hall-Sensor funktioniert, und welche Anwendungen dieser hat.

Teil A. Wir leisten Widerstand ... (3 Punkte)

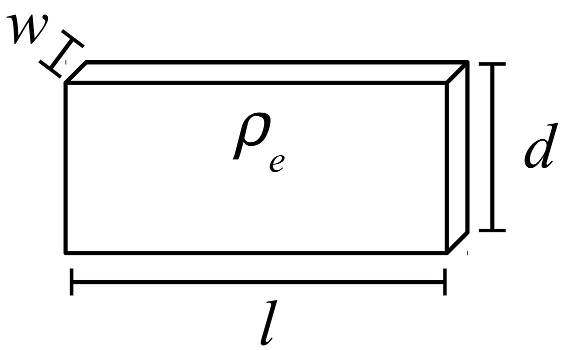

Abb. 1: Leitendes Stück

Wir werden ein Stück Silber verwenden, mit Länge l, Höhe d und Dicke w (siehe Abb 1). Silber ist ein guter elektrischer Leiter mit spezifischem Widerstand $\rho_e = 1.587 \times 10^{-8}\,\Omega{\cdot}\text{m}$.

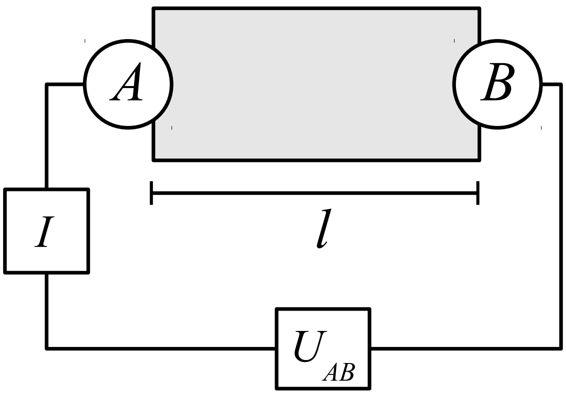

Abb. 2: Aufbau des Schaltkreises, die Rechtecke repräsentieren das Amperemeter (I) und die Spannungsquelle (U_{AB}).

Die beiden Enden A und B (der Länge nach gesehen) werden an eine Spannungsquelle U_{AB} angeschlossen und man misst den Strom I, der durch das leitende Stück fliesst (siehe Abb. 2). Die Messung wird mehrmals wiederholt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 aufgelistet.

#	U_{AB}(µV)	I(A)
1	-10	-0.252
2	-2	-0.05
3	5	0.126
4	15	0.378

Tab. 1: Messung des Stroms durch das leitende Stück

i. (2 P.) Bestimme den Widerstand des Leiterstückes mithilfe der Messwerte in Tabelle 1. Nimm an, dass der Widerstand im Rest des Stromkreises vernachlässigbar ist.

ii. (1 P.) Bestimme die Dicke w als Funktion der anderen vorher genannten Variablen. *(Nimm $l = 5\,\text{cm}$ und $d = 2\,\text{cm}$ für die numerische Berechnung)*

Teil B. ..gegen den Strom (3 Punkte)

Wir möchten den Strom, der von A nach B fliesst, als Funktion der mittleren Schnelligkeit der Elektronen in diesem Material v_d, deren mittleren Dichte pro Volumeneinheit n_e, deren Ladung und der geometrischen Eigenschaften des Leiterstücks ausdrücken.

i. (2 P.) Bestimme die Werte der Exponenten in diesem Ausdruck für den Strom:

$$I = n_e^{\alpha} e^{\beta} v_d^{\gamma} w^{\delta} d^{\epsilon} l^{\kappa}$$

ii. (0.5 P.) In welche Richtung bewegen sich die Elektronen?

iii. (0.5 P.) Welche der Parameter hängen vom Material (und seiner Geometrie) ab?

Teil C. Im Feld (5 Punkte)

Nun platzieren wir das Leiterstück in einem homogenen magnetischen Feld, das senkrecht zu l und d steht, wie in Abb. 3. Der Strom fliesst immer von A nach B.

i. (0.5 P.) Was ist die Richtung der Lorentzkraft, die auf die Elektronen, welche sich im Leiterstück bewegen, wirkt? *(Eine Antwort ohne Begründung oder Skizze zählt nicht)*

ii. (0.5 P.) Wie stark ist diese Kraft?

Wenn man ein Voltmeter zwischen die Punkte C und D anschliesst, misst man nach einer gewissen Zeit eine stabile Spannung U_{CD}.

iii. (2.5 P.) Kannst du dies erklären? *(Antworte so detailliert wie möglich. Bemerkung: Es ist vielleicht besser, zuerst die anderen Fragen im Teil C zu bearbeiten)*

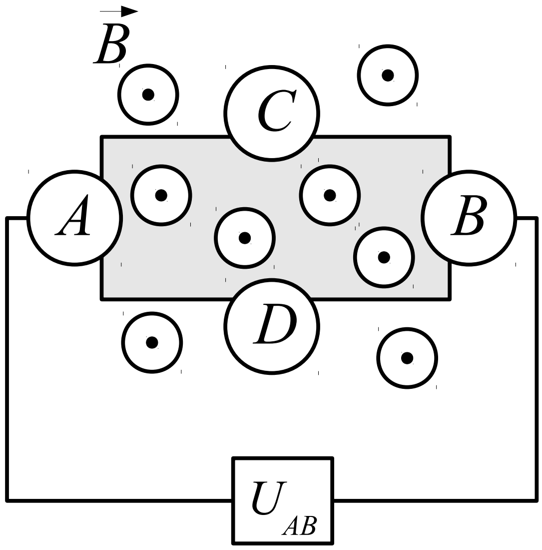

Abb. 3: Leiterstück

iv. (0.5 P.) In welche Richtung zeigt das elektrische Feld zwischen C und D?
v. (0.5 P.) Was ist die Richtung der elektrischen Kraft, die auf die Elektronen, die sich im Leiterstück bewegen, wirkt? *(Eine Antwort ohne Begründung oder Skizze zählt nicht)*
vi. (0.5 P.) Wie stark ist diese Kraft?

Teil D. Die Krönung (5 Punkte)

Nach einer gewissen Zeit heben sich die Kräfte auf und die Elektronen werden nicht mehr abgelenkt auf ihrem Weg durch den Leiter, aber die Spannung U_{CD} ist immer noch vorhanden!
i. (2 P.) Schreibe I_{AB} und U_{CD} als Funktion von B, E, n_e, e und den geometrischen Parametern.
ii. (1 P.) Der *Hall-Widerstand* wird definiert durch

$$R_H = \frac{U_{CD}}{I_{AB}}$$

Berechne diesen Wert algebraisch.
iii. (0.5 P.) Für ein Magnetfeld der Stärke $0.5\,\mathrm{T}$ und $U_{AB} = 2\,\mathrm{V}$ misst man $U_{CD} = 14\,717\,\mu\mathrm{V}$. Finde den Wert von n_e.

Nun ist unser Sensor bereit! Er wird in einem homogenen Magnetfeld platziert und es wird eine Spannung $U_{CD} = 10\,\mathrm{mV}$ gemessen, wenn die Spannung $U_{AB} = 0.7\,\mathrm{V}$ angeschlossen ist.
iv. (0.5 P.) Was ist die Stärke des Magnetfeldes, in welchem der Sensor sich befindet?
v. (1 P.) Erlaubt uns dieser Wert, die Richtung des Magnetfeldes zu bestimmen? *(Begründe deine Antwort)*

Schweizerische Physikolympiade

Runde 2

Aarau, 26. März 2017

Theorie Teil 2 : 6 kurzen Fragen

Dauer	:	60 Minuten
Total	:	24 Punkte (6·4)
Erlaubte Hilfsmittel	:	- Taschenrechner ohne Formelspeicher
		- Schreib- und Zeichenmaterial

NB : Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt

Viel Glück !

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffman-La Roche AG (Basel)
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Aufgabe 1 : Der Marsianer *(4 Punkte)*

Wir wollen die Sprungkraft eines 70 kg schweren Astronauts schätzen. Dafür bitten wir ihn, in der Einsatzzentrale auf der Erde so hoch wie möglich zu springen. Er geht zuerst in die Knie und verlagert seinen Schwerpunkt so um 40 cm nach unten. Am höchsten Punkt des Sprungs ist sein Schwerpunkt 50 cm höher wie wenn aufrecht er steht.

i. (2 Pkte) Berechne die durchschnittliche Kraft, die seine Beine während des Absprungs auf den Boden ausüben. Vernachlässige allfällige Reibungskräfte.

ii. (1.5 Pkte) Nun wollen wir schätzen, wie hoch der Astronaut auf dem Mars springen könnte. Nimm also an, dass er die gleiche Absprungbewegung wie auf der Erde ausführt und einen 100 kg schweren Raumanzug trägt. Die Fallbeschleunigung auf der Marsoberfläche ist $g_{\text{Mars}} = 0.38 \cdot g_{\text{Erde}}$. Die Atmosphäre auf dem Mars ist sehr dünn, also kannst du auch hier die Reibungskräfte vernachlässigen.

Angenommen, es gibt auf dem Mars einst eine klimatisierte Basisstation, wo der Astronaut ohne Raumanzug herumlaufen könnte.

iii. (0.5 Pkte) Wie hoch könnte er darin springen? (Vorausgesetzt, er stösst sich nicht den Kopf an der Decke.)

Aufgabe 2 : Der Medizinball-Kick *(4 Punkte)*

In einer Turnhalle lassen wir einen Medizinball und einen Tennisball (letzteren aus etwas grösserer Höhe) fallen. Der Medizinball trifft zuerst auf den Boden und springt zurück. Dann trifft er $h_0 = 48\,\text{cm}$ über dem Boden auf den nach unten fliegenden Tennisball, wodurch dieser senkrecht in die Höhe geschleudert wird. Wir machen uns nun ein paar Überlegungen dazu:

Zuerst die Daten: Der Tennisball hat eine Masse von $m = 60\,\text{g}$ und einen Durchmesser von $d = 6.7\,\text{cm}$. Der Medizinball kommt auf eine Masse von $M = 1.00\,\text{kg}$ und hat einen Durchmesser von $D = 22\,\text{cm}$.

i. (2.5 Pkte) Zuerst befassen wir uns mit dem Zusammenprall der beiden Bälle. Mit der Aufnahme einer Highspeed-Kamera können wir berechnen, dass der Medizinball vor dem Aufprall eine Geschwindigkeit von $v_M^{\text{vor}} = 2.8\,\text{m}{\cdot}\text{s}^{-1}$ hatte, während der Tennisball eine Geschwindigkeit von $v_t^{\text{vor}} = 4.6\,\text{m}{\cdot}\text{s}^{-1}$ hatte. Wir nehmen an, dass der Stoss vollständig elastisch ist. Da der Stoss zudem während einer sehr kurzen Zeitspanne $\Delta t < 1/40\,\text{s}$ stattfindet, darfst du während des Stosses die Schwerkraft vernachlässigen.

Berechne die Geschwindigkeit v_t^{nach} des Tennisballs kurz nach dem Stoss.

ii. (1.5 Pkte) Gib eine obere Grenze für die Höhe an, die der Tennisball nach dem Stoss erreicht. Warum wird er diese Höhe nicht erreichen?

Aufgabe 3 : Zweimal Sonnenuntergang *(4 Punkte)*

Du möchtest einen romantischen Abend mit deinem Freund/deiner Freundin geniessen und fährst mit dieser Person an den Strand, um den Sonnenuntergang zu sehen - mit einem kleinen Kirschenplücker. In dem Moment, in dem die Sonne untergeht, startest du den Lift, und fährst $h = 6\,\text{m}$ in die Höhe. Der Lift hat eine Geschwindigkeit von $v = 0.3\,\text{m}{\cdot}\text{s}^{-1}$. Nimm an, dass ihr auf dem Kirschenpflücker liegt, das heisst, ihr beobachtet das erste Mal den Sonnenuntergang auf Meereshöhe und beim zweiten Mal auf exakt 6 m.

i. (0.5 Pkte) Um welchen Winkel θ hat sich die Erde gedreht, in der Zeit, die du benötigst, um den Kirschenpflücker ganz auszufahren?

ii. (1 Pkt) Wie hoch 'oben' sind die Sonnenstrahlen, wenn du den Kirschenpflücker voll ausgefahren hast? Gib dein Resultat algebraisch an.

iii. (1.5 Pkte) Könnt ihr den Sonnenuntergang ein zweites Mal beobachten? Der Radius der Erde betrage $r_E = 6371\,\text{km}$.

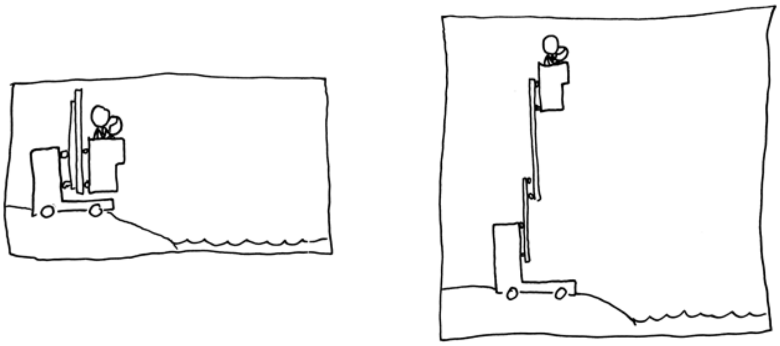

Abbildung 1: Source : xkcd.com

iv. (1 Pkt) Falls ja, könnt ihr den Sonnenuntergang auch beobachten, falls die Geschwindigkeit des Kirschenpflückers um $\Delta v = -0.02\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ langsamer ist. Falls nein, könnt ihr den Sonnenuntergang beobachten, falls die Geschwindigkeit des Kirschenpflückers um $\Delta v = 0.02\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ schneller ist?

Aufgabe 4 : Parallelschwingkreis *(4 Punkte)*

Gegeben seien zwei Schwingkreise wie im Bild ersichtlich. Die Werte seien $L = 1\,\mathrm{mH}$, $C = 100\,\mu\mathrm{F}$, $R = 10\,\Omega$. Die Güte eines Schwingkreises ist definiert als $Q = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$.

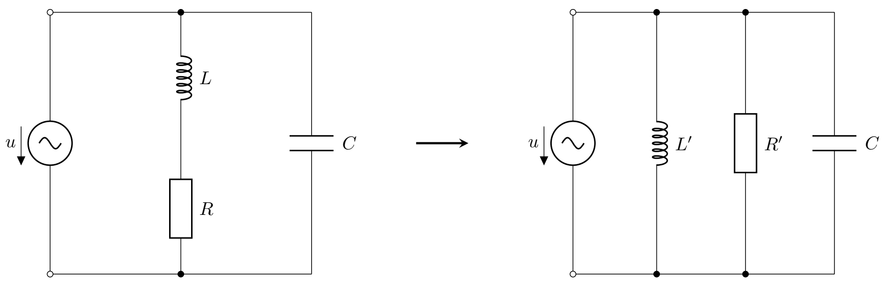

Abbildung 2: Links: Ursprünglicher Schwingkreis. Rechts: Transformierter Schwingkreis.

i. (2 Pkte) Berechne die Resonanzfrequenz des ursprünglichen Schwingkreises. *Hinweis:* Bei der Resonanzfrequenz verschwindet der Blindstrom.

ii. (2 Pkte)

Transformiere den Schwingkreis nun in einen reinen Parallelschwingkreis, so dass die Impedanz beider Schwingkreise bei der Resonanzfrequenz gleich ist. Sei $f_0 = 10\,\mathrm{kHz}$ die Resonanzfrequenz des transformierten Schwingkreises. Was ist die Güte des transformierten Kreises?

Aufgabe 5 : Loch im Schwimmbecken *(4 Punkte)*

Blaise hat in seinem Garten ein neues Schwimmbecken entworfen und aufgestellt. Das Becken ist ein perfekter Zylinder, das auf dem Boden aufgestellt ist, mit folgenden Dimensionen: Durchmesser 1 m und Höhe 1.5 m. Blaise füllt das Becken vollständig mit Wasser.

i. (2 Pkte) Evangelista, Blaises kleiner Bruder, bohrt ein Loch in die Wand des Beckens in der Höhe h über dem Boden, woraufhin das Wasser hinauszufliessen beginnt. Mit welcher Geschwindigkeit fliesst das Wasser aus dem Loch? Begründe mit einer Rechnung.

ii. (1 Pkt) Welche horizontale Distanz (vom Loch aus) hat ein Wassertropfen zurückgelegt,

wenn er den Boden berührt?
iii. (1 Pkt) In welcher Höhe über dem Boden müste Evangelista ein Loch bohren, sodass der Tropfen die weitest mögliche horizontale Distanz vom Loch aus zurücklegt, bis er auf dem Boden auftritt?

Aufgabe 6 : C14 *(4 Punkte)*

^{14}C (Kohlenstoff 14) ist ein radioaktives Kohlenstoffisotop, das in organischen Materialien vorkommt. Es gibt insgesamt drei Kohlenstoffisotope, die in der Natur vorkommen: ^{12}C, dass etwa 99% aller Isotope ausmacht, ^{13}C, das etwa 1% ausmacht, und ^{14}C, dessen Anteil verschwindend gering ist. Dieses letzte Isotop ist auch radioaktiv mit einer Halbwertszeit $t_{\frac{1}{2}}$ von etwa 5730 Jahren. ^{14}C zerfällt mittels Beta-Zerfall in ^{14}N, ein stabiles Isotop.

^{14}C entsteht hauptsächlich in der Atmosphäre als Zerfallsprodukt von kosmischer Strahlung. Lebende Organismen, wie zum Beispiel Pflanzen, absorbieren ^{14}C (im Laufe ihres Lebens) und man kann annehmen, dass sie den gleichen Anteil ^{14}C enthalten wie die Atmosphäre. Sobald der Organismus stirbt, beginnt die bis zu diesem Zeitpunkt (in der Pflanze) konstante Menge an ^{14}C zu zerfallen. Man kann nun das Alter dieses Organismus bestimmen, indem man den verbleibenden Anteil ^{14}C im Organismus misst (eigentlich misst man die Zeit seit seinem Tod).

Nimm an, dass eine heutige Probe nur noch 10% der ursprünglichen Menge an ^{14}C enthält.
i. (1 Pkt) Was ist das Alter der Probe?

Nimm von nun an, dass das Verhältnis $\frac{^{14}C}{^{12}C} \approx 10^{-12}$ in der Atmosphäre konstant bleibt über die Zeit.[1] Wir benützen die gleiche Probe wie in der vorherigen Aufgabe. Dein Kollege ist ein wenig schusselig und vermischt 5% deiner Probe mit heutigem Kohlenstoff (das heisst, dass 5% der ursprünglichen Probe ersetzt werden durch Kohlenstoff aus der Atmosphäre). Ihr macht nochmals eine Messung mit eurer vermischten Probe.
ii. (1.5 Pkte) Werdet ihr messen, dass die Probe älter oder jünger ist als vorher? Begründe deine Antwort. Welches Alter werdet ihr für die vermischte Probe feststellen?

12 g entsprechen 1 mol Kohlenstoff. Der menschliche Körper besteht hauptsächlich aus Wasser und Kohlenstoff und enthält deshalb auch Spuren von ^{14}C, was bedeutet, dass wir von Natur aus radioaktiv sind!
iii. (1.5 Pkte) Schätze die Aktivität[2] des menschlichen Körpers verursacht von ^{14}C. Vergiss nicht, deine Annahmen zu begründen.

---

[1] Das ist nicht wirklich der Fall; zum Beispiel haben die Atombombentests zwischen 1955 und 1963 ^{14}C in der Atmosphäre erzeugt. Man müsste also andere Methoden miteinbeziehen, um den zeitlichen Verlauf des Verhältnisses $\frac{^{14}C}{^{12}C}$ zu bestimmen.

[2] Radioaktivität kann als Anzahl Zerfälle pro Zeit verstanden werden. Die Einheit ist das Bequerel oder kurz Bq, das die Anzahl Zerfälle pro Sekunde angibt.