Aufgabe 1 : Stromkreis *(16 Punkte)*

Ein Kondensator bestehend aus zwei kreisförmigen Platten (Radius $r = 1$ m, Abstand zwischen den Platten $d = 1$ cm, $d \ll r$, Medium zw. den Platten: Vakuum) ist gegeben. *Gebe immer den algebraischen und numerischen Ausdruck an, ausser es wird ausdrücklich anders verlangt.*

Teil A. Energie des Kondensators (2.5 Punkte)

Der Kondensator wird zu Beginn auf die Spannung $U_0 = 100\,\mathrm{V}$ aufgeladen und danach von der Spannungsquelle getrennt. Der Abstand d der Platten wird nun um $\Delta d = 0.1\,\mathrm{mm}$ vergrössert.

i. (1 P) Wie ändert sich die Spannung des Kondensators? Drücke das Resultat als Funktion von Q, ε_0, A und Δd aus.

Bei der Abstandsänderung von d nach $d + \Delta d$ ändert sich die Energie des Kondensators. Berechne diese Änderung mit zwei verschiedenen Methoden:

ii. (0.5 P) aus den elektrischen Grössen.

iii. (1 P) indem die mechanische Arbeit berechnet wird, die notwendig ist, um den Plattenabstand von d auf $d + \Delta d$ zu vergrössern.

Teil B. LC Kreislauf (2.5 Punkte)

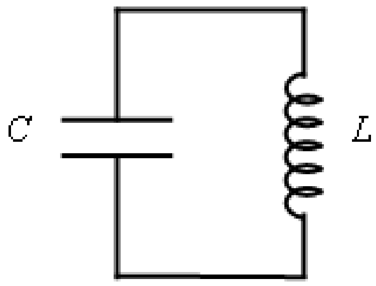

Abbildung 1

Der Kondensator (wiederum mit Abstand $d =$ 1cm) wird mit einer Induktivität $L = 1\mu$H wie in Fig. 1 zu einem Schwingkreis geschaltet.

i. (0.5 P) Berechne die Periodendauer T und die Frequenz f der Schwingung.

Der Kondensator wird auf $U_0 = 100$ V aufgeladen und an die Induktivität angeschlossen, der Schwingkreis beginnt zu schwingen.

ii. (1 P) Wie gross ist der maximale Strom I_0 durch die Induktivität?

iii. (1 P) Wie sieht der zeitliche Verlauf von $I(t)$ aus? *(kein numerisches Resultat)*

Teil C. RLC Kreislauf (3.5 Punkte)

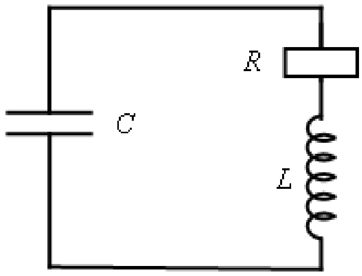

Abbildung 2

Reale Induktivitäten sind meist aus Kupferdraht gebaut und haben darum einen ohmschen Widerstand. Nimm an, dass die reale Induktivität als Serieschaltung aus Widerstand R und Induktivität L dargestellt werden kann (Abb. 2). In unserem Falle ist $R = 0.01\,\Omega$. Der Kondensator wird wiederum auf $U_0 = 100\,\mathrm{V}$ aufgeladen und an die Induktivität angeschlossen. Nimm weiter an, dass der Schwingkreis schwach gedämpft ist, und dass somit die Schwingfrequenz praktisch gleich ist wie die Letzte Frage.

i. (1 P) Berechne die im Widerstand R in Wärme umgewandelte Leistung $P(t)$. Nimm dazu näherungsweise an, dass Ströme und Spannungen gleich wie in **B.ii.** und **B.iii.** sind. *(keine numerische Antwort.)*

ii. (1.5 P) Berechne die in einer Schwingperiode T in Wärme umgewandelte Energie W_R. Drücke W_R als Funktion von R, C, L und U_0 aus.

iii. (1 P) Begründe, dass der Schwingkreis schwach gedämpft ist.

Teil D. Ausgleich des Wärmeverlusts (7.5 Punkte)

Der Energieverlust im Widerstand R soll ausgeglichen werden, so dass die Schwingung nicht mehr gedämpft ist. Dazu soll der Plattenkondensator sprungartig in der Distanz um Δd verändert werden (sprungartig: endliche Änderung von d in unendlich kurzer Zeit). Der Zeitpunkt der Änderung soll so gewählt werden, dass die Bewegung Δd möglichst klein ist.

i. (1.5 P) Wann ist der günstigste Zeitpunkt dafür? Wie oft kann dies in einer Periode T gemacht werden? *(Keine numerische Antwort)*

ii. (1 P) Wie gross muss Δd sein, damit die in einer Periode verlorene Energie ersetzt wird? (Nimm an, dass der Sprung in einer Periode T einmal durchgeführt wird).

Will man die Schwingung aufrechterhalten, muss der Abstand in jeder Schwingungsperiode vergrössert werden. Das ist aber nicht möglich, weil sich die Kondensatorplatten so immer mehr voneinander entfernen. Nach einer Schwingungsperiode soll der ursprüngliche Abstand d wieder hergestellt werden.

iii. (1.5 P) Wann ist der günstigste Zeitpunkt dazu? Begründe deine Antwort! *(Keine numerische Antwort)* **iv. (2 P)** Zeichne den zeitlichen Verlauf von $U_C(t)$, $I(t)$ und $d(t)$ schematisch.

v. (1.5 P) Kann man die in einer Schwingungsperiode in R verlorene Energie auch in einem anderen Element des Schwingkreises durch eine mechanische Manipulation (also ähnlich wie beim Kondensator) ersetzen? Wie müsste man das machen? Wann ist der günstigste Zeitpunkt für die Energiezufuhr, wann für die Rückstellung (analog zu **D.i.** und **D.iii.**)? *(Keine numerische Antwort)*

Aufgabe 2 : Pizzabacken *(16 Punkte)*

Quelle: Attilio Rigamonti, Andrey Varlamov, Jacques Villain "Le kaléidoscope de la physique", Editions Belin - Pour la science, 2014.

In dieser Aufgabe untersuchen wir, wie eine Pizza gebacken wird. *Gebe immer den algebraischen Ausdruck an, ausser es wird ausdrücklich anders verlangt.*

Teil A. Benötigte Energie um die Pizza zu backen (8 Punkte)

Als erstes müssen einige Grössen der Pizza abgeschätzt werden, um anschliessend die zum Backen benötigte Energie berechnen zu können. In unserer Aufgabe wird die Pizza von einem Italiener zubereitet und es ist allgemein bekannt, dass in Italien Pizzen sehr dünn zubereitet werden. Darüber hinaus besteht der Teig aus Mehl, Wasser und Salz. Zur Vereinfachung vernachlässigen wir den Belag und nehmen an, dass die Pizza nach dem Backen die Dicke l_2 hat.

Alle Fragen sind algebraisch zu beantworten, es sei denn, das Gegenteil ist angegeben.

i. (1 P) Nimmt die Dicke der Pizza während dem Backen zu oder ab? (Denk an die Zusammensetzung des Pizzateigs.)

Nehmen wir an, die Dicke der Pizza vor dem Backen sei $l_1 = l_2(1 \pm \eta)$, wobei η ,eine reelle Zahl zwischen 0 und 1, die Zu- oder Abnahme der Dicke beschreibt.

Verwende S für die Oberfläche der Pizza, ρ_T für die Teigdichte, C_T für die spezifische Wärmekapazität des Teigs und L für die latente Wärme der Wasserverdampfung und nimm diese Grössen als gegeben an.

ii. (1 P) Wie gross ist die Temperatur T_f der Pizza am Ende des Backens? (Die Pizza soll essbar sein und nicht verkohlt.

iii. (2 P) Zeichne eine kleine Graphik mit der Temperaturkurve der Pizza als Funktion der Zeit vom Moment, wo sie in den Ofen geschoben wurde, bis sie fertig gebacken ist. Nimm dabei an, dass die Wärmeleistung, die die Pizza erfährt, zeitlich konstant ist.

iv. (1 P) Wie viel Energie pro Flächeneinheit S ist mindestens nötig, um die Pizza auf ihre Endtemperatur T_f zu erhitzen? Nimm dazu an, dass die Pizza aus dem Kühlschrank mit Temperatur T_i kommt.

v. (1 P) Berechne den numerischen Wert dieser Energie pro Flächenheit mit ρ_T=800 kgm^{-3}, C_T=2700 Jkg^{-1}K^{-1}, T_i=10 °C, l_2=5 mm, η=0.2 und L=2257 Jg^{-1}. Falls du T_f nicht gefunden hast, verwende T_f=200 °C.

vi. (1 P) Während dem Backen geht wegen Verdampfung ein Prozentsatz α an Gewicht verloren. Wieviel Energie pro Flächeneinheit S wird für diese Verdampfung benötigt?

vii. (1 P) Berechne den numerischen Wert dieser Energie pro Flächenheit (mit $\alpha = 10\%$) und addiere diesen zur vorherigen Antwort, um die total benötigte Energie pro Flächeneinheit zu berechnen.

Teil B. Pizzabacken auf einer Steinplatte (4 Punkte)

Wir sind interessieret an der Hitze des Backofens. Durch eine Steinplatte der Dicke d überträgt das Feuer eine Energiemenge pro Flächeneinheit Q/S auf die Pizza.

Die Pizza wird in der Zeit τ gebacken, wobei die Temperatur unterhalb der Steinplatte T_{unten} und die Wärmeleitfähigkeit der Steinplatte Λ beträgt.

i. (1 P) Bestimme die Temperatur T_{Ofen} an der Oberfläche der Steinplatte, welche in Kontakt mit der Pizza kommt.

ii. (1.5 P) Wie viel Energie pro Flächeneinheit wird der Pizza durch das Feuer geliefert?

iii. (1.5 P) Vergleiche diesen Wert mit der Wärmemenge pro Flächeneinheit, welche nötig ist, um eine Pizza zu backen, wenn τ=160 s, T_{unten}=330 °C, Λ=0.86 W·m^{-1}·K^{-1} und die Dicke der Steinplatte d=2 cm ist.

Teil C. Pizzabacken über Heissluft (4 Punkte)

Betrachten wir nun die Wärmestrahlung durch die Ofenwände.

i. (1 P) Welche Wärmemenge pro Flächeneinheit wird während der Backzeit auf die Pizza übertragen, wenn die Temperatur der Ofenwände T_{Wand} beträgt?

ii. (1.5 P) Wie gross müsste die Temperatur der Ofenwände sein, damit die Hälfte der benötigten Energie durch Strahlung beigetragen wird? Ist dieser Wert plausibel?

iii. (1.5 P) Nehmen wir an, eine Pizza mit einem Radius von 30cm wird statt auf die Steinplatte auf einen Metallrost mit grossen Maschen gelegt und der Ofen hat die Temperatur T=300 °C. Wie lange geht es, bis die Pizza fertig ist?

Aufgabe 3 : Eine Schale voller Teilchen *(16 Punkte)*

Quelle: United States Physics Team 2011 SemiFinals.

Ein Teilchen der Masse m kann sich reibungsfrei auf der Oberfläche im Innern einer Schale bewegen. Die Form der Schale ist durch die Rotation der Funktion $z = kr^2$ um die z Achse gegeben (siehe Schema). Zu Begin befindet sich das Teilchen auf der Höhe z_0 oberhalb des Bodens der Schale und hat eine horizontale Startgeschwindigkeit v_0 parallel zur Schalenoberfläche. Die Erdbeschleunigung ist gegeben durch $\vec{g} = -g\hat{z}$.

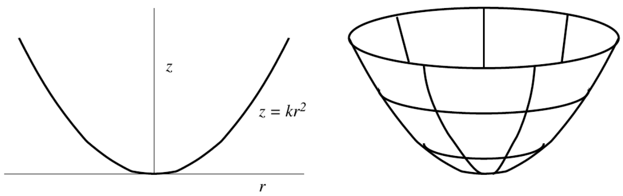

Abbildung 3: Schnittansicht der Schale

Gebe immer den algebraischen Ausdruck an, ausser es wird ausdrücklich anders verlangt.

Teil A. Kräfteverhältnis (5 Punkte)

Zuerst betrachten wir den vereinfachten Fall, in dem sich die Höhe des Teilchens nicht ändert.

i. (2 P) Welche Kräfte wirken auf das Teilchen? Mache eine Zeichung mit den Vektoren aller Kräfte, die auf das Teilchen selbst wirken.

ii. (3 P) Für eine bestimmte Startgeschwindigkeit v_0 ändert sich die Höhe des Teilchens nicht (es bewegt sich also auf einem Kreis). Bestimme v_0 in Abhängigkeit von g, z_0 und/oder k.

Teil B. Wir bewegen uns nach oben (5 Punkte)

Für den Moment gehen wir von einer Startgeschwindigkeit v_1 grösser als v_0 aus. Die Anfangshöhe ist wieder z_0.

i. (2 P) Welche Grösse(n) wird (werden) erhalten?

ii. (3 P) Welches ist die maximale Höhe, die das Teilchen erreichen kann? Bestimme sie in Abhängigkeit von v_1, z_0, g und/oder k.

Teil C. Wir schwingen nach unten (6 Punkte)

Für diesen Fall betrachten wird den Fall in dem das Teilchen mit der Startgeschwindigkeit $v_0 = 0$ aus einer Höhe z_0 losgelassen wird.

i. (4 P) Finde die Schwingungsperiode des Teilchens auf dem Boden der Schale unter der Annahme, dass z_0 klein ist. *Tipp :* je nach Lösungsansatz kann es nützlich sein die Approximation für kleine Winkel oder die Tatsache, dass die Geschwindigkeit ein Vektor mit mehreren Komponenten ist, zu verwenden.

ii. (2 P)

Für grosse z_0, ist die Periode grösser als, kleiner als oder gleich gross wie die Periode aus der letzen Aufgabe für kleine z_0? (Es ist nicht nötig einen Wert für diese Periode finden oder komplitzierte Berechungen anzustellen, begründe deine Antwort mit Hilfe deiner Lösungen aus den vorherigen Aufgaben).

Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$299\,792\,458\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$
Elektrische Feldkonstante	ε_0	$=$	$8.854\,187\,817\ldots \times 10^{-12}\,\text{A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
Plancksches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
Elementarladung	e	$=$	$1.602\,176\,565\,(35) \times 10^{-19}\,\text{A}\cdot\text{s}$
Universelle Gravitationskonstante	G	$=$	$6.673\,84\,(80) \times 10^{-11}\,\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Erdbeschleunigung	g	$=$	$9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
Avogadrozahl	N_A	$=$	$6.022\,141\,29\,(27) \times 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$
Boltzmann Konstante	k_B	$=$	$1.380\,648\,8\,(13) \times 10^{-23}\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$
Stefan-Boltzmann Konstante	σ	$=$	$5.670\,373\,(21) \times 10^{-8}\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
Masse eines Elektrons	m_e	$=$	$9.109\,382\,6\,(16) \times 10^{-31}\,\text{kg}$
Masse eines Protons	m_p	$=$	$1.672\,621\,71\,(29) \times 10^{-27}\,\text{kg}$
Masse eines Neutrons	m_n	$=$	$1.674\,927\,28\,(29) \times 10^{-27}\,\text{kg}$

Näherungen

$(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$ Wenn $\varepsilon \ll 1$

Problem 1 : Wassertropfen *(4 Punkte)*

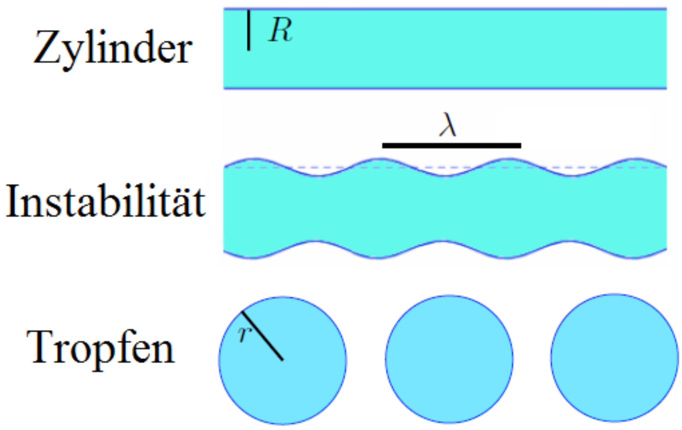

Fig. 1

Wann teilt sich ein Wasserstrahl in einzelne Tropfen? Die Antwort auf diese Frage ist nicht einfach zu finden da sie ein hohes mathematisches Können voraussetzt. Wir wollen uns daher lieber folgender Frage widmen: Gegeben sei ein Wasserstrahl mit Radius R, und Länge L, welchen Radius r werden die Tropfen mindestens haben, wenn sich der Wasserstrahl in n Tropfen teilt? Tipp : Überlegen Sie sich, weshalb ein Wassertropfen die Form einer Kugel annimmt.

Problem 2 : Stromstärke *(4 Punkte)*

Sie nutzen einen Schaltkreis mit dem Sie einen Kondensator der Kapazität 20μF über einen unbekannten Widerstand entladen. Sie messen folgende Werte für die Stromstärke in Abhängigkeit der Zeit.

Zeit (ms)	Stromstärke (μA)
50	890
100	640
150	440
200	270
205	200

Bestimmen Sie den unbekannten Widerstand und die anfängliche Spannung über dem Kondensator.

Problem 3 : Kontrollverlust *(4 Punkte)*

Ein Auto fährt auf einer horizontalen Strasse welche plötzlich nach unten führt. Das vertikale Profil der Strasse lässt sich folgendermassen beschreiben:

$$y(x) = h \quad x < 0 \tag{1}$$

$$y(x) = ax^2 + h \quad x > 0 \tag{2}$$

Für welche Werte von a bleibt das Auto, welches die Geschwindigkeitsbegrenzung von 80 km/h einhält, auf der Strasse ohne abzuheben? Reibungskräfte können vernachlässigt werden (Numerische Anwendung: h=20m).

Problem 4 : Stimmgabel *(4 Punkte)*

Man will die Schallgeschwindigkeit in einem unbekannten Gas berechnen. Hierfür kann man ein Rohr der Länge L und Radius R_1 mit diesem Gas füllen und mit Hilfe von Stimmgabeln die Resonanzfrequenzen in diesem Rohr bestimmen. In diesem Fall seien diese f_a und f_b. Das Rohr befindet sich in senkrechter Position und beide Enden sind geöffnet. Wie kann man die Schallgeschwindigkeit in diesem Gas aufgrund dieser beiden Messungen bestimmen?

In einem zweiten Versuch wird ein senkrechtes Rohr mit Radius R_2, welches am oberen Ende geöffnet ist und das gleiche Gas enthält, von unten her mit Wasser gefüllt. Der Volumenstrom des Wassers ist D. Während das Wasser steigt lässt man eine Stimmgabel mit der Frequenz f klingen. Wie viel Zeit vergeht zwischen zwei aufeinander folgenden Resonanzen bei dieser Frequenz?

Problem 5 : Fliehkraftregler nach Watt *(4 Punkte)*

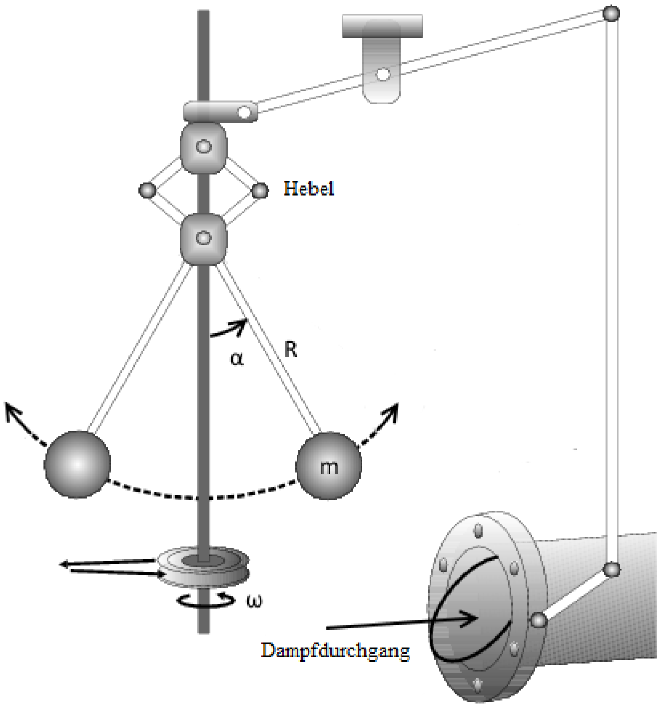

Fig. 2

Es wird der Fliehkraftregler nach Watt untersucht. Zwei Kugeln mit der Masse m sind durch masselose Stangen der Länge R mit einer Drehachse verbunden, deren Drehgeschwindigkeit ω beträgt. Der Zweck der Anordnung ist, die Drehachse mit einer gewünschten Drehgeschwindigkeit drehen zu lassen. Der Regler öffnet oder schliesst ein Ventil in Abhängikeit von α (vgl. Fig. 2), so dass die Zufuhrleistung zur Maschine geregelt wird. Man vernachlässige jegliche Reibung und es sind nur algebraische Resultate verlangt.

i. (1 pt) Berechne α als Funktion von ω.

ii. (1 pt) Bestimme die Energie des Regelsystems in Abhängigkeit von α.

Die zeitliche Ableitung von α ist durch eine Beziehung der Art $\dot{\alpha} = Pf(\alpha)$ gegeben, wobei f(α) eine Funktion ist, die Nullwerte nur für $(k+\frac{1}{2})\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ hat, und P die Leistung ist, welche dem Regler durch die Maschine zugeführt wird.

iii. (1 pt) Man betrachte nun die Maschine, die durch den Fliehkraftregler geregelt wird. Der Regler bedient ein Ventil, das die Leistung der Dampfzufuhr an die Maschine regelt. Man nehme an, dass $P_{Zufuhr} = P_{max}\cos(\alpha)$. Diese Leistung dient sowohl zur Drehung der Maschine wie auch des Reglers. Die Leistung zur Speisung der Maschine ist gegeben durch $P_{Benutz} = M\omega$. Bestimme den Winkel α bei dem ω konstant ist.

iv. (1 pt) Was muss am Regler geändert werden um die Nutzleistung an der Maschine zu ändern?

Problem 6 : Newtonsche Ringe *(4 Punkte)*

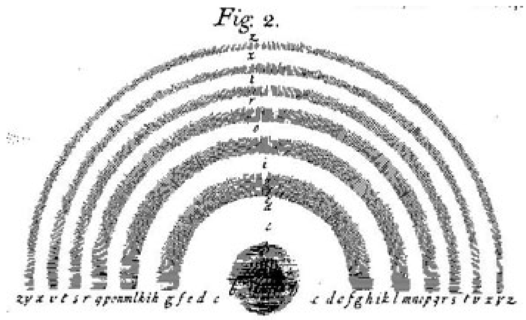

Fig. 1.

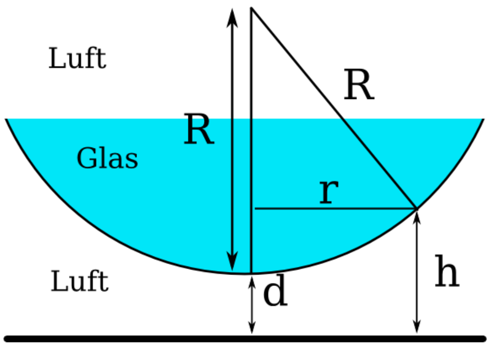

Fig. 2.

Im Jahre 1717 hat Sir Isaac Newton ein interessantes Phänomen studiert: Nähert man eine sphärische Fläche einer planen Fläche, so beobachtet man eine Reihe von konzentrischen Ringen (sieh Fig. 1). In unserem Fall sei die Lichtquelle monochromatisch und habe eine Wellenlängeλ .

i. (2 pts) Erkläre, warum man Ringe sieht, welches die Bedingungen für helle Ringe und welches die Bedingungen für dunkle Ringe sind.

Nachdem sich Sir Isaac Newton an der Schönheit der Ringe erfreut hat, die seinen Namen tragen, könnte er sich gefragt haben, in welchem Abstand d sich die Linse von der planen Fläche befindet.

ii. (2 pts) Drücke d als Funktion des Radius R der gekrümmten Glasfläche, des Radius r_n des n^{ten} dunklen Ringes und der Wellenlänge λ aus. Welche wichtige Information fehlt, um d auf dem Bild (Fig. 4) zu bestimmen?