Schweizerische Physikolympiade

Runde 2

Aarau, 29.-30. März 2014

Theorie Teil 1 : 3 Aufgaben

Dauer : 150 Minuten
Total : 48 Punkte (3·16)
Erlaubte Hilfsmittel : - Taschenrechner ohne Formelspeicher
- Schreib- und Zeichenmaterial

NB : Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt

Viel Glück !

Supported by :
Alpiq Suisse SA
Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Merck Serono S.A. (Genf)
Metrohm Striftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffmann-La Roche AG (Basel)
Schnelli Thermographie, Schaffhausen
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Magnetische Feldkonstante (Vakuum)	μ_0	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}A^{-2}{\cdot}s^{-2}}$
Elektrische Feldkonstante (Vakuum)	ε_0	$=$	$8.854\,187\,817\ldots \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-3}}$
Plancksches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}$
Elementarladung	e	$=$	$1.602\,176\,565\,(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A{\cdot}s}$
Gravitationskonstante	G	$=$	$6.673\,84\,(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Normwert der Fallbeschleunigung	g	$=$	$9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Avogadro-Zahl	N_A	$=$	$6.022\,141\,29\,(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Boltzmann Konstante	k_B	$=$	$1.380\,648\,8\,(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Stefan-Boltzmann Konstante	σ	$=$	$5.670\,373\,(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$
Masse des Elektrons	m_e	$=$	$9.109\,382\,6\,(16) \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Masse des Protons	m_p	$=$	$1.672\,621\,71\,(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Masse des Neutrons	m_n	$=$	$1.674\,927\,28\,(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Aufgabe 1 : Noch kälter *(16 Punkte)*

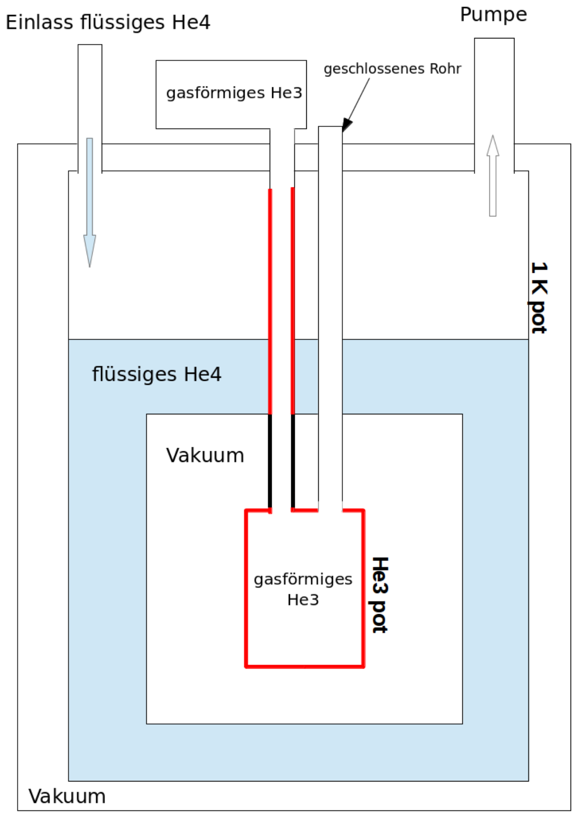


Abb. 1: Helium 3-Kühlmaschine

In dieser Aufgabe geht es um die grundsätzliche Funktion einer sogenannten Helium 3-Kühlmaschine, einem Werkzeug, welches es erlaubt, Temperaturen zwischen 0.2 K und 5 K zu erreichen. Das Helium 3-Isotop hat leicht andere physikalische Eigenschaften als das Helium 4-Isotop. Die Kühlmaschine sollte auch an eine Aufgabe aus der Vorrunde erinnern, sie besteht aus zwei hermetisch getrennten Systemen (siehe Abb. 1). Der 1Kpot enthält Helium 4, dessen Verflüssigungstemperatur bei Atmosphärendruck etwa 4.3 K ist. Man kann annehmen, dass man sowohl die Zufuhr flüssigen Heliums als auch die Pumpenleistung mit Hilfe von Ventilen nach unseren Bedürfnissen regulieren kann. Der He3pot enthält Helium 3, dessen Verflüssigungstemperatur bei Atmosphärendruck etwa 3.2 K ist. Da Helium 3 sehr teuer ist (mehrere Tausend CHF für einen Liter Gas), befindet es sich in einem geschlossenen Kreislauf. Die Teile des Kreislaufs im Innern des 1Kpot (rot dargestellt) sind aus Silber gemacht.

Teil A. Kalt (2 Punkte)

Zuerst als Erinnerung die Funktion des 1Kpot.

i. (2 P) Was passiert im 1Kpot, wenn man die Pumpe einschaltet? Welche Auswirkung(en) hat dies auf das flüssige Helium 4 im 1Kpot? Geben Sie eine qualitative Erklärung, benutzen Sie dazu das Schema.

Teil B. Noch kälter (4 Punkte)

Nehmen Sie an, dass das Helium 4 im 1Kpot auf eine Temperatur von 1.5 K abgekühlt wird.

i. (1.5 P) Was passiert im He3pot? Welche Temperatur stellt sich dort ein?

ii. (1.5 P) Was muss man dem Schema hinzufügen, um den He3pot unter 1 K zu kühlen?

iii. (1 P) Warum befindet sich der He3pot in einem Vakuum?

Teil C. Messungen (3 Punkte)

Nehmen Sie an, dass Sie die elektrische Leitfähigkeit einer Probe bei tiefen Temperaturen messen möchten.

i. (1.5 P) An welchem Ort der Kühleinrichtung platzieren Sie den Probenhalter? Zeichen Sie ihn im Schema ein und begründen Sie Ihre Wahl.

ii. (1.5 P) Ihre Probe muss mit den Messapparaten im Labor verbunden sein. Wie verhindert man, dass die Wärme aus dem Labor die Probe aufheizt? (Denken sie an eine „pragmatische“ Lösung).

Teil D. In einem Magnetfeld (7 Punkte)

Man möchte die elektrische Leitfähigkeit der Probe unter dem Einfluss eines veränderlichen magnetischen Feldes messen.

Während des Experiments verändert man das magnetische Feld von 0 auf 11 T in 12 Stunden. Es kommt nicht darauf an, wo Sie sich entschieden haben, Ihren Probenhalter zu platzieren. Wir nehmen an, dass die Probe zylinderförmig ist (Radius R, Länge L). Das Magnetfeld ist parallel zur Zylinderachse der Probe (siehe Abb. 2) und homogen auf deren Oberfläche, und man nimmt an, dass die Variation des Magnetfeldes konstant mit der Zeit ist

i. (1.5 P) Erklären Sie, warum bei der zeitlichen Veränderung des Magnetfeldes elektrische Ströme im Innern des Probenhalters entstehen.

ii. (2 P) Die folgende Formel gibt Ihnen die erzeugte thermische Leistung, welche im Volumen V mit dem spezifischen Widerstand ρ_{el} durch die zeitliche Veränderung des magnetischen Feldes $\dot{B}$ erzeugt wird

$$P_{th} = \frac{R^2 \dot{B}^2 V}{8\rho_{el}}$$

Nehmen Sie an, dass an der Kühlmaschine zu Beginn des Experiments (also bei $B = 0\,\mathrm{T}$ und der Temperatur $1\,\mathrm{K}$) ein Panne eintritt, und dass die Probe nicht mehr gekühlt wird. Berechnen Sie die Temperaturerhöhung der Probe (primär als algebraischer Ausdruck).

Numerische Angaben : $\rho = 9000\,\mathrm{kg/m^3}$, $R = 2\,\mathrm{cm}$, $l = 2\,\mathrm{mm}$, $\rho_{el} = 10^{-11}\,\Omega{\cdot}\mathrm{m}$ et $c = 10\,\mathrm{J/kgK}$

iii. (0.5 P) Wenn man das Magnetfeld nicht in 12 h, sondern in 1 h ändert, welches ist die endgültige Temperatur des Probenhalters?

iv. (1 P) Was muss bei der Berechnungsmethode der Temperaturerhöhung berücksichtigt werden, wenn die Temperaturdifferenz gross ist?

v. (1 P) Wie muss man die Konstruktion des Probenhalters ändern, um die Wirbelströme möglichst zu reduzieren?

vi. (1 P) Ein guter thermischer Leiter ist oft ein guter elektrischer Leiter. Erklären Sie, welches Dilemma daraus bei der Materialwahl des He3pots entstehen kann.

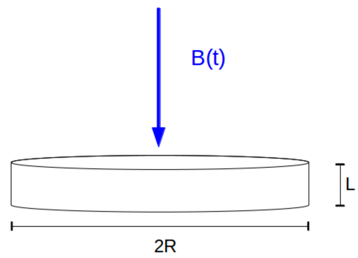


Abb. 2: Skizze Probenhalter.

Aufgabe 2 : Yoyo *(16 Punkte)*

Die fünf Teile dieses Problems können im Prinzip unabhängig voneinander gelöst werden.

Teil A. Warmlaufen (2 Punkte)

Wir betrachten zwei Zylinder mit den gleichen Radien R und gleichen Massen m. Die Masse des Zylinders 1 ist in seinem Zentrum konzentriert, während die Masse des Zylinders 2 auf seinem Umfang (Mantelfläche) konzentriert ist. Die beiden Zylinder werden oben auf einer schiefen Ebene platziert, und zur gleichen Zeit losgelassen, so dass sie zu rollen beginnen (ohne zu gleiten).

i. (2 P) Welcher der beiden Zylinder (1 oder 2) erreicht das untere Ende der schiefen Ebenen zuerst? Begründen Sie Ihre Antwort durch eine Rechnung.

Teil B. Trägheitsmoment eines Yoyos (2 Punkte)

Im weiteren Verlauf dieser Aufgabe arbeiten wir mit einem Modell eines Yoyos wie in Abbildung 3 dargestellt. Es besteht aus einem zentralen Zylinder mit Radius r und Dicke l, sowie aus zwei seitlichen Zylindern mit Radien R und Dicken L. Die drei Zylinder sind homogen und haben die gleiche Dichte ρ.

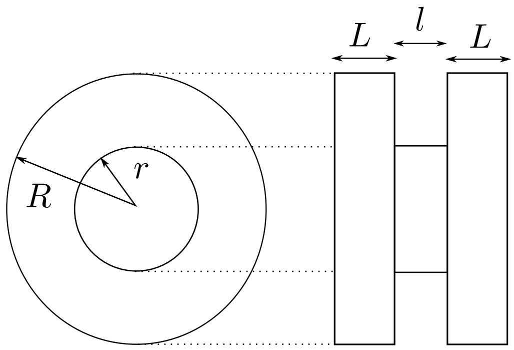


Abb. 3: Skizze Yoyo.

Es soll das totale Trägheitsmoment in der Form $I = \gamma m R^2$ geschrieben werden, mit R = Radius der äusseren Zylinder und der Gesamtmasse m des Yoyos.

i. (2 P) Drücken Sie die Konstante γ in den Grössen R, r, L und l aus.

Hinweis : Das Trägheitsmoment eines Zylinders mit Radius r und der Masse m, der um seine Achse rotiert, ist gegeben durch $\frac{1}{2}mr^2$.

Teil C. Das Yoyo auf einem Tisch (4 Punkte)

Das eben beschriebene Yoyo (Abb. 3) steht auf einer horizontalen Fläche und ist in Ruhe. Ein Faden mit vernachlässigbarer Masse und verschwindendem Durchmesser ist auf dem mittleren Zylinder des Yoyos aufgewickelt. In diesem Teil betrachten wir rollende Bewegungen ohne Gleiten.

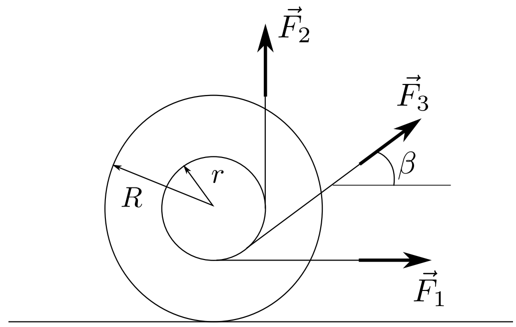


Abb. 4: Yoyo auf einer horizontalen Fläche.

i. (1 P) Man zieht am Faden mit der Kraft $\vec{F}_1$ parallel zur Auflagefläche gegen rechts (siehe Abb. 4). In welche Richtung bewegt sich das Yoyo? Wie bewegt sich das Yoyo, wenn man mit der Kraft $\vec{F}_2$ gegen oben zieht? Begründen Sie Ihre Antworten! *Hinweis* : Betrachten Sie den Beginn der Rotation.

ii. (2 P) Es gibt einen bestimmten Winkel β (Winkel zwischen der Kraft und der Auflagefläche) so, dass für Winkel grösser oder kleiner als β sich das Yoyo in die eine bzw. in die andere Richtung bewegt. Bestimmen Sie den Winkel β aus den Parametern des Yoyos.

iii. (1 P) Welchen Wert nimmt dieser Winkel β im Grenzfall $r \to R$ und $r \to 0$ an? Erklären Sie, was in diesen Situationen passiert.

Teil D. Yoyo auf der schiefen Ebene (4 Punkte)

Nun befindet sich das in Abb. 3 beschriebene Yoyo auf einer schiefen Ebene, die einen Winkel θ mit der Horizontalen bildet. Lässt man das Yoyo los, bewegt es sich auf der schiefen Ebene nach unten. Es gibt einen kritischen Winkel θ_c so, dass für $\theta < \theta_c$ das Yoyo ohne zu gleiten rollt, für $\theta > \theta_c$ beobachtet man hingegen eine Rollbewegung mit Gleiten.

Man nimmt für die Haft- und Gleitreibung den gleichen Koeffizienten an: $\mu_H = \mu_G = \mu$, das Trägheitsmoment des Yoyos ist $I = \gamma m R^2$, die Grössen γ (eine Konstante), m (Masse des Yoyos) und R (Aussenradius) sind bekannt.

i. (0.5 P) Erstellen Sie eine Skizze mit allen auf das Yoyo wirkenden Kräften.

ii. (1.2 P) Geben Sie einen Ausdruck für die lineare Beschleunigung des Yoyos im Bereich $\theta < \theta_c$ (Rollen ohne Gleiten), als Funktion von θ, R, m, γ und μ.

iii. (1.2 P) Wie **ii.**, aber für den Bereich $\theta > \theta_c$ (Rollen mit Gleiten).

iv. (1.1 P) Ziehen Sie ein Fazit indem Sie einen Ausdruck für den kritischen Winkel θ_c angeben.

Teil E. Vertikale Bewegung eines Yoyos (4 Punkte)

In diesem Teil wird die Schnur – der totalen Länge $l \gg r$ – wieder auf den mittleren Zylinder mit dem Radius r aufgewickelt. Das Yoyo ist anfänglich in Ruhe an der Decke wie in Abb. 5 aufgehängt. Zur Zeit $t_0 = 0$ lässt man das Yoyo am Ort $x(t_0) = 0$ los. Beachten Sie, dass der Faden bei der vertikalen Bewegung des Yoyos senkrecht bleibt.

i. (2 P) Bestimmen Sie den Ort $x(t)$ als Funktion der Zeit.

ii. (2 P) Bestimmen Sie die maximale Geschwindigkeit $v_{\max}$ und die maximale Winkelgeschwindigkeit $\omega_{\max}$.

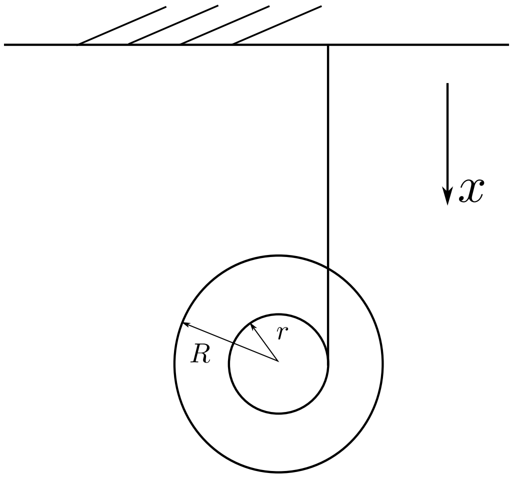


Abb. 5: Vertikalbewegung des Yoyos

Aufgabe 3 : Vecteur de Poynting *(16 Punkte)*

Vorausscheidung US-Physikolympiade 2013

In dieser Aufgabe betrachten wir drei Situationen, bei denen Energie durch elektromagnetische Strahlung in einen Teil des Raums transferiert wird. Im ersten Fall ist die Energie in Form von mechanischer Energie in einem bewegten Objekt gespeichert. In den zwei anderen Fällen ist die Energie in einem magnetischen oder elektrischen Feld gespeichert.

Allgemein gilt: Wenn ein elektrisches und ein magnetisches Feld unter einem Winkel zueinander stehen, wird Energie übertragen; Zum Beispiel ist das der Grund für den Energietransport in einer elektrischen Welle. Die übertragene Leistung pro Einheitsfläche ist durch den Poynting-Vektor gegeben

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}.$$

In allen Teilen der Aufgabe sollen Sie verifizieren, dass die Energieübertragungsrate mit dem Poynting-Vektor übereinstimmt. Darum sollen Sie die Formel für den Poynting-Vektor vor den letzten Teilaufgaben nicht verwenden!

Teil A. Geladene Stange (5 Punkte)

Ein langer geladener isolierender zylindrischer Stab mit Radius R trägt eine positive Ladung mit konstanter Ladungsdichte ρ. Der Stab ist in einem homogenen externen elektrischen Feld E plaziert, mit dem elektrischen Feld parallel zur Stabachse. Der Stab bewegt sich mit der Geschwindigkeit v in Richtung des Feldes.

i. (2 P) Welches ist die Leistung pro Längeneinheit $\mathcal{P}$, die vom elektrischen Feld auf den Stab übertragen wird?

ii. (1 P) Wie gross ist das magnetische Feld B an der Oberfläche des Stabes? Zeichnen Sie in einer Skizze die Richtung des Feldes ein.

iii. (2 P) Berechnen Sie den Poynting-Vektor, geben Sie seine Richtung in einer Skizze an und verifizieren Sie ob der Poynting-Vektor mit der von Ihnen berechneten Energieübertragung übereinstimmt.

Teil B. Kondensator (6 Punkte)

Ein Kondensator ist aus zwei parallelen kreisförmigen Platten mit den Radien R und einem Abstand $d \ll R$ gebildet. Der Kondensator besitzt zum gegebenen Zeitpunkt die Ladung Q und wird mit einem konstanten kleinen Strom I geladen.

i. (2 P) Welche Leistung P wird an den Kondensator geliefert?

ii. (2 P) Welches magnetische Feld B herrscht unmittelbar am Rand des Kondensators? Zeichnen Sie seine Richtung in einer Skizze ein (Vernachlässigen Sie in dieser Rechnung Randeffekte des elektrischen Feldes).

iii. (2 P) Berechnen Sie den Poynting-Vektor, zeichnen Sie seine Richtung in einer Skizze und verifizieren Sie die Übereinstimmung mit der berechneten Energieübertragung.

Teil C. Spule (5 Punkte)

Wir betrachten einen lange Spule mit Radius R und $\mathcal{N}$ Windungen pro Längeneinheit. Ein Strom I fliesst durch die Spule, er nimmt mit der konstanten Rate $\frac{dI}{dt}$ zu.

i. (2 P) Welche Leistung $\mathcal{P}$ wird pro Längeneinheit an die Spule übertragen?

ii. (2 P) Wie gross ist das elektrische Feld E gerade an der Innenfläche der Spule? Geben Sie die Richtung des Feldes in einer Skizze an.

iii. (1 P) Berechnen Sie den Poynting-Vektor, zeichnen Sie seine Richtung in einer Skizze und verifizieren Sie die Übereinstimmung mit der berechneten Energieübertragung.

Schweizerische Physikolympiade

Runde 2

Aarau, 29.-30. März 2014

Theorie Teil 2 : 6 kurzen Fragen

Dauer	:	60 Minuten
Total	:	24 Punkte (6·4)
Erlaubte Hilfsmittel	:	- Taschenrechner ohne Formelspeicher
		- Schreib- und Zeichenmaterial

NB : Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt

Viel Glück !

Supported by :
Alpiq Suisse SA
Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Merck Serono S.A. (Genf)
Metrohm Striftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffmann-La Roche AG (Basel)
Schnelli Thermographie, Schaffhausen
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$299\,792\,458\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
Magnetische Feldkonstante (Vakuum)	μ_0	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot A^{-2}\cdot s^{-2}}$
Elektrische Feldkonstante (Vakuum)	ε_0	$=$	$8.854\,187\,817\ldots \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2\cdot s^4\cdot kg^{-1}\cdot m^{-3}}$
Plancksches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$
Elementarladung	e	$=$	$1.602\,176\,565\,(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A\cdot s}$
Gravitationskonstante	G	$=$	$6.673\,84\,(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$
Normwert der Fallbeschleunigung	g	$=$	$9.81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$
Avogadro-Zahl	N_A	$=$	$6.022\,141\,29\,(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Boltzmann Konstante	k_B	$=$	$1.380\,648\,8\,(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$
Stefan-Boltzmann Konstante	σ	$=$	$5.670\,373\,(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}}$
Masse des Elektrons	m_e	$=$	$9.109\,382\,6\,(16) \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Masse des Protons	m_p	$=$	$1.672\,621\,71\,(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Masse des Neutrons	m_n	$=$	$1.674\,927\,28\,(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Aufgabe 1 : Spionagesatellit *(4 Punkte)*

Ein Spionagesatellit überfliegt Aarau in einer Höhe von 300 km. Es handelt sich im Grossen und Ganzen um ein Weltraumteleskop mit einem nach unten gerichteten Spiegel und einem Durchmesser von 2.4 m. Um das Problem zu vereinfachen nehmen wir an, dass der Satellit die Welt in gelb sieht, genauer ein gelb-grün mit Wellenlänge 570 nm.

i. (2 P) Angenommen die Prüfung würde auf dem Dach der NKSA stattfinden, könnte der Satellit euch beim Abschreiben helfen? Begründe deine Antwort.

ii. (1 P) Welche Grösse müsste der Spiegel haben, damit dies möglich ist? Ist dies realistisch?

iii. (1 P) Wenn nun an Stelle des Satellits eine Drohne mit einer Optik und einem Spiegel von 24 cm Durchmesser verwendet wird, auf welcher Höhe müsste die Drohne fliegen um euch beim Abschreiben zu helfen?

Aufgabe 2 : Absoluter Nullpunkt *(4 Punkte)*

Du hast einen Manometer (Druckmesser), ein Thermometer mit einer Celsiusskala, einen Heizkörper und eine hermetisch verschliessbare Box auf der man die drei Objekte befestigen kann zur Verfügung. Denk dir eine Versuchsanordnung mit diesen Gegenständen aus um den absoluten Nullpunkt zu bestimmen.

i. (1.5 P) Fertige eine Skizze des Versuchsaufbaus mit einer Legende für die einzelnen Teile und einer Liste mir allen zusätzlichen Objekten die du benötigst.

ii. (2 P) Welches physikalische Gesetz liegt deiner Bestimmungsmethode zugrunde? Erkläre deine Hypothesen.

iii. (0.5 P) Beschreibe den Standardprozess deines Versuchs. Wie kann man ein mglichst genaues Resultat erreichen?

Aufgabe 3 : Gauss Potential *(4 Punkte)*

Ein Wissenschaftler beobachtet ein Teilchen mit bekannter Masse m das sich in einer einzigen Dimension bewegt und unter dem Einfluss des Gauss Potentials

$$V(x) = -V_0 \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2d^2}\right)$$

steht. Bemerkung: V_0 bezeichnet die Tiefe des Potentialtopfes und d dessen Breite. Diese zwei Grössen sind leider unbekannt, doch mit deiner Hilfe kann unser Wissenschaftler diese Grössen messen.

i. (0.5 P) Angenommen das Teilchen befindet sich zu Beginn im Minimum des Potentials, welches ist die minimale Geschwindigkeit $v_{\min}$ die der Wissenschaftler dem Teilchen geben muss, damit es den Potentialtopf verlassen kann?

Mit dieser Beziehung kann der Wissenschaftler experimentell die Tiefe V_0 des Potentialtopfs bestimmen.

ii. (3.5 P) Wie würdest du vorgehen, um die Breite des Potentialtopfs mit Hilfe einer Stoppuhr zu bestimmen? Gib die Beobachtungsgrösse, die gemessen werden muss, und anschliessend eine algebraische Formel für d in Abhängigkeit dieser Grösse. Vergiss nicht zu beschreiben, unter welchen Bedingungen die Messungen durchgeführt werden müssen

Aufgabe 4 : Löchriger Zylinder *(4 Punkte)*

Im folgenden betrachten wir einen Zylinder mit Höhe H und Durchmesser $2R$, der sich an einem Ort befindet wo Normdruck P_{atm} und Erdbeschleunigung $\mathbf{g}$ gelten. Zu Beginn ist der Zylinder randvoll mit einer idealen, inkompressiblen Flüssigkeit der Dichte ρ gefüllt.

i. (0.5 P) Bestimme den **absoluten** Druck P_b am Boden des Zylinders (Punkt B).

Zum Zeitpunkt t_0 wird eine Öffnung mit Durchmesser $2r$ in den Boden des Zylinders gestochen. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass $r \ll R$.

ii. (1.5 P) Bestimme die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsoberfläche im Zylinder (v_a) als Funktion der Geschwindigkeit der Flüssigkeit, die durch die Öffnung geht (v_b), für eine Zeit $t > t_0$.

iii. (2 P) Finde einen Ausdruck für die Geschwindigkeit am Ausgang der Öffnung v_b als Funktion der Höhe h an Flüssigkeit im Zylinder unter Berücksichtigung der in der Aufgabenstellung angegebenen Hypothesen.

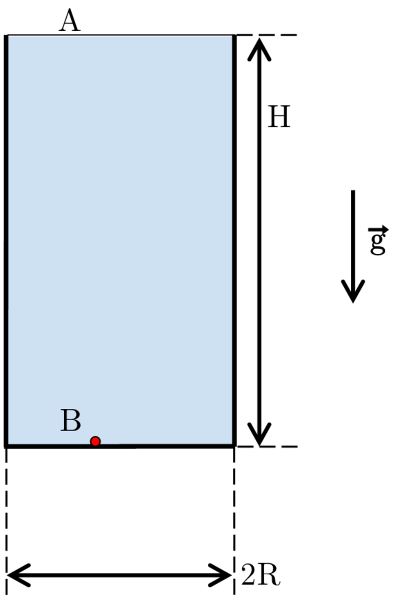


Abb. 1: Schema für Teilfrage i.

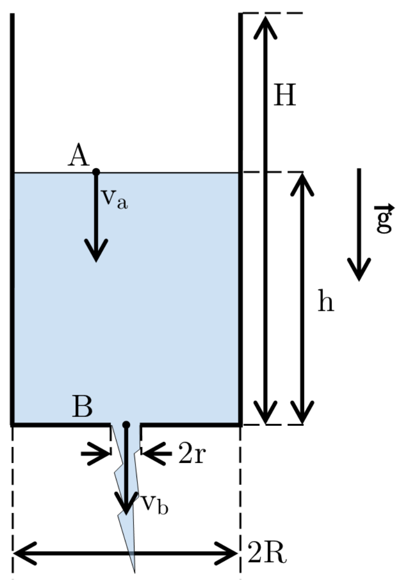
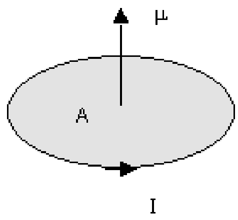


Abb. 2: Schema für Teilfragen ii. bis iv.

Aufgabe 5 : James Bond *(4 Punkte)*

Setzte alle numerischen Werte erst am Schluss ein! Punkte gibt es hauptsächlich für die algebraische Lösung.

Im Film *Leben und sterben lassen* wird James Bond von Q mit einer Magnetuhr ausgestattet. Sie soll in der Lage sein die Flugbahn einer abgefeuerten Kugel zu verändern und somit Leben zu retten. Bond möchte dies seinem skeptischen Vorgesetzten M demonstrieren und schaltet die Uhr in dessen Büro ein. M trinkt gerade Kaffee und so wird der Löffel auf seiner Untertasse angezogen und fliegt zu Bonds Uhr. Doch ist dies realistisch?



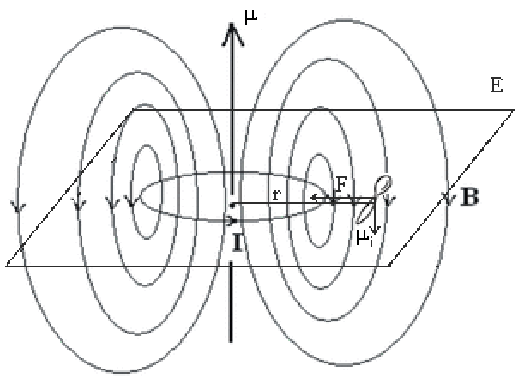
Ein Kreisstrom erzeugt das magnetische Dipolmoment $\vec{\mu} = i\vec{A}$ [Am^2].

Das ganze Innenleben der Uhr wurde durch eine Spule mit $N = 1800$ Windungen dünnen Kupferdrahts und Durchmesser $d = 3\,\text{cm}$ ersetzt, die das Magnetfeld der Uhr erzeugt.

i. (0.5 P) Berechne das Dipolmoment μ_{Uhr} der Uhr als Funktion des Stroms I, der durch die Spule fliesst.

Befindet sich ein Gegenstand in einem Magnetfeld wird in ihm ein Dipolmoment $\vec{\mu}_i$ induziert, weiter wirkt auf ein Dipolmoment in einem B-Feld eine Kraft $\vec{F}$.

Die folgenden Gesetze sind für den Spezialfall eines Gegenstandes in der Ebene E senkrecht zu $\vec{\mu}$ sowie grosse r.



- B-Feld eines magnetischen Dipols:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 \vec{\mu}}{4\pi r^3}$$

- induzierters Dipolmoment:

$$\vec{\mu}_i = \frac{(\mu_r - 1)}{\mu_r} \frac{V\vec{B}}{\mu_0}$$

- Kraft auf ein Dipolmoment $\vec{\mu}_i$ in einem B-Feld:

$$\vec{F} = -\frac{d}{dr}(-\vec{\mu}_i \cdot \vec{B})\vec{e_r}$$

V ist das Volumen des Gegenstands in dem das Dipolmoment induziert wird und μ_r seine magnetische Permeabilität.

ii. (3.5 P) Berechne den Strom I der benötigt wird um den Löffel zu bewegen (seine Schwerkraft zu überwinden). Um das B-Feld zu verstärken besitzt die Spule zusätzlich einen Kern aus amorphem Metall, der das B-Feld um den Faktor $\mu_a = 5 \times 10^5$ vergrössert. Der Löffel hat die Dichte $\rho = 7.5\,\text{g/cm}^3$ und die Permeabilität $\mu_L = 5 \times 10^3$, und befindet sich $r = 1.1\,\text{m}$ von der Uhr entfernt.

Aufgabe 6 : Nernst'sche Messbrücke *(4 Punkte)*

Abbildung 3 zeigt eine Schaltung, die Nernst'sche Messbrücke genannt wird. Sie wird mit einer Wechselspannung $U_{\text{eff}} = 10\,\text{V}$ betrieben.

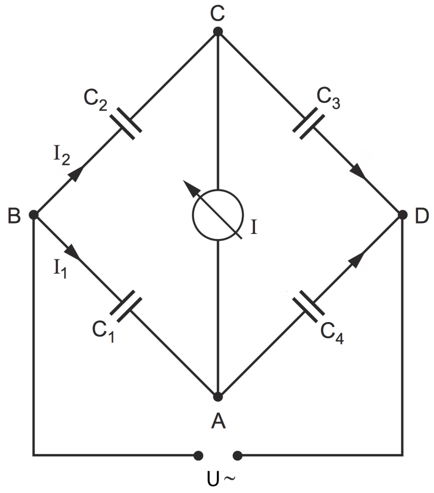


Abb. 3: Nernst'sche Messbrücke

i. (3.5 P) Angenommen, $I = 0$ und dir sind die Kapazitäten C_1, C_2, und C_3 bekannt. Leite eine Formel her, mit der du C_4 berechnen kannst.
Tipp: Berechne $\frac{I_1}{I_2}$
ii. (0.5 P) Berechne C_4 für $C_1 = 15\,\mu\text{F}$, $C_2 = 5\,\mu\text{F}$, $C_3 = 3\,\mu\text{F}$.