Schweizerische Physikolympiade

Runde 1

Zürich, 18. Januar 2017

Teil 1	**:**	**Multiple Choice – 22 Fragen**
Teil 2	**:**	**3 Aufgaben**
Erlaubte Hilfsmittel	:	Taschenrechner ohne Formelspeicher Schreib- und Zeichenmaterial

Viel Glück !

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffman-La Roche AG (Basel)
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Permeabilität (Vakuum)	μ_0	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}A^{-2}{\cdot}s^{-2}}$
Permittivität (Vakuum)	ε_0	$=$	$8.854\,187\,817\ldots \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-3}}$
Plancksches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}$
Elementarladung	e	$=$	$1.602\,176\,565\,(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A{\cdot}s}$
Gravitationskonstante	G	$=$	$6.673\,84\,(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Erdbeschleunigung	g	$=$	$9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Avogadro-Zahl	N_A	$=$	$6.022\,141\,29\,(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Boltzmann Konstante	k_B	$=$	$1.380\,648\,8\,(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Stefan-Boltzmann Konstante	σ	$=$	$5.670\,373\,(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$
Masse des Elektrons	m_e	$=$	$9.109\,382\,6\,(16) \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Masse des Neutrons	m_n	$=$	$1.674\,927\,28\,(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Multiple-Choice Fragen : Antwortblatt

Zeit : 60 Minuten
Maximalpunktzahl : 22 Punkte (1 Punkt pro richtige Antwort)
Kennzeichnen Sie die richtige Antwort durch Ankreuzen des dafür vorgesehenen Kästchens.
Bei jeder Frage gibt es nur **eine** richtige Antwort.

Name	:
Vorname	:
Total	:

	a)	b)	c)	d)	e)
Frage 1	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 2	☐	☐	☐	☐	
Frage 3	☐	☐	☐	☐	
Frage 4	☐	☐	☐	☐	
Frage 5	☐	☐	☐	☐	
Frage 6	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 7	☐	☐	☐	☐	
Frage 8	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 9	☐	☐	☐	☐	
Frage 10	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 11	☐	☐	☐	☐	
Frage 12	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 13	☐	☐	☐	☐	
Frage 14	☐	☐	☐	☐	
Frage 15	☐	☐	☐	☐	
Frage 16	☐	☐	☐	☐	
Frage 17	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 18	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 19	☐	☐	☐	☐	
Frage 20	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 21	☐	☐	☐	☐	
Frage 22	☐	☐	☐	☐	☐

Frage 1

Unser Universum ...

a) dehnt sich momentan beschleunigt aus.

b) dehnt sich momentan mit konstanter Geschwindigkeit aus.

c) behält seine Grösse momentan bei.

d) zieht sich momentan mit konstanter Geschwindigkeit zusammen.

e) zieht sich momentan beschleunigt zusammen.

Frage 2

Ein Vogel sitzt auf einem Boot, das auf einem See schwimmt. Plötzlich fliegt der Vogel weg. Der Seepegel:

a) steigt.

b) ändert sich nicht.

c) sinkt.

d) Es sind zu wenig Informationen vorhanden, um die Frage zu beantworten.

Frage 3

Angenommen, man könnte ein Blatt Papier mehr als nur 7 oder 8 Mal in der Mitte falten. Wieviele Male müsste man das Papier falten, damit es mindestens so dick wird wie die Distanz zwischen Erde und Mond ($384'400\,\text{km}$)?

a) 42 Mal.

b) 168 Mal.

c) 253 Mal.

d) 283 Mal.

Frage 4

Hinter einem Hügel liegt ein kleines Dorf, dessen Bewohner gerne Radio hören möchten. In der Region sendet ein AM-Radio auf der Frequenz $980\,\text{kHz}$ und ein FM-Radio auf der Frequenz $89\,\text{MHz}$. Beide Sendemasten sind jedoch vom Hügel verdeckt. Welche Radiostationen können im Dorf empfangen werden?

a) Nur das AM-Radio.

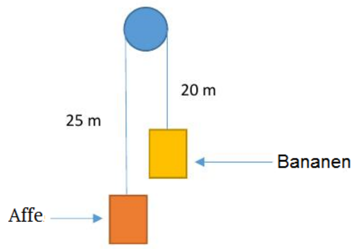
b) Nur das FM-Radio.

c) Beide.

d) Keine.

Frage 5

Eine Kiste der Masse m gefüllt mit Bananen wird 20 m unterhalb einer Rolle aufgehängt (siehe unten). Auf der anderen Seite hängt 25 m unterhalb der Rolle ein Affe mit derselben Masse m. Angenommen, der Affe kann sich 20 m am Seil entlang hochziehen, bevor er ermüdet. Schafft er es, die Bananen zu erreichen und sie zu essen? (Du kannst die Masse der Rolle und die Reibung vernachlässigen.)



a) Nein, denn sobald er versucht, sich am Seil hochzuziehen, steigen die Bananen hoch, der Affe aber bleibt an der gleichen Stelle.

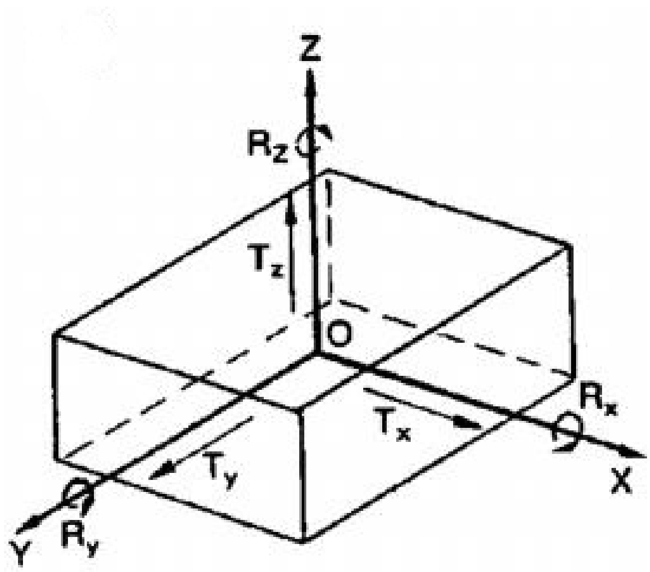
b) Ja, der Affe kann sich am Seil hochziehen, und die Bananen bleiben am selben Ort.

c) Nein. Der Affe kann sich zwar am Seil hochziehen, die Bananen steigen aber auch hoch, und der Affe kann sie nicht erreichen.

d) Ja. Die Bananen steigen zwar auch hoch, wenn der Affe sich am Seil hochzieht, aber er kann sie trotzdem erreichen.

Frage 6

Welche Rotationsachsen beim in Abb skizzierten Quader sind stabil?



a) Keine.

b) Die Y- und die Z-Achse.

c) Die X-, Y- und die Z-Achse.

d) Die X- und die Z-Achse.

e) Die X- und Y-Achse.

Frage 7

Ein Mann betrachtet sich im Spiegel. Er bemerkt, dass der oberste Punkt seines Kopfes genau mit dem oberen Rand des Spiegels zusammenfällt. Ebenso sieht er seine Füsse genau am unteren Rand des Spiegels. Was passiert, wenn dieser Mann näher an den Spiegel herangeht?

a) Sein Spiegelbild füllt die ganze Höhe des Spiegels aus, wobei der Kopf am oberen Rand ist und die Füsse am unteren Rand sind, wie zu Beginn.

b) Sein Spiegelbild füllt die ganze Höhe des Spiegels aus, er sieht aber seine Füsse und seinen Kopf nicht mehr.

c) Sein Spiegelbild füllt nicht den ganzen Spiegel aus, unterhalb seiner Füsse ist noch der Boden zu sehen, und oberhalb seines Kopfs die Decke.

d) Er sieht seine Füsse im unteren Teil des Spiegels, sieht aber seinen Kopf nicht mehr ganz.

Frage 8

Du bist mit deinem Auto unterwegs auf einer Spritztour. Du möchtest zweimal eine Runde fahren. Die erste Runde fährst du mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $v_1 = 50\,\mathrm{kmh^{-1}}$. Wie schnell musst du die zweite Runden durchschnittlich fahren, damit du eine totale Durchschnittsgeschwindigket von $v = 60\,\mathrm{kmh^{-1}}$ hast?

a) $60\,\mathrm{kmh^{-1}}$

b) $70\,\mathrm{kmh^{-1}}$

c) $75\,\mathrm{kmh^{-1}}$

d) $80\,\mathrm{kmh^{-1}}$

e) $90\,\mathrm{kmh^{-1}}$

Frage 9

Du hilfst deiner Mutter beim Entrümpeln des Estrichs. Sie gibt dir die Aufgabe, einen Teppich um ein zylinderförmiges Rohr zu wickeln. Dabei ist der Radius des Rohrs $r = 10\,\mathrm{cm}$ und die Länge beträgt $l = 0.8\,\mathrm{m}$. Dein Teppich hat eine Dicke von $d = 5\,\mathrm{mm}$, ist $l' = 3.4\,\mathrm{m}$ lang und $b = 6.5\,\mathrm{dm}$ breit. Welchen Durchmesser wird das Rohr schätzungsweise haben, wenn du den Teppich vollständig aufgerollt hast?

a) $12.4\,\mathrm{cm}$

b) $18.6\,\mathrm{cm}$

c) $24.8\,\mathrm{cm}$

d) $37.2\,\mathrm{cm}$

Frage 10

Du wirst von einer externen Firma beauftragt, die maximale Personenzahl, die in den Firmenlift passen, zu ermitteln. Du weisst, dass das Zugseil des Liftes eine maximale Kraft von $F_S = 15\,000\,\mathrm{N}$ aufbringen kann, bevor es reisst. Ausserdem soll der Lift seine Endgeschwindigkeit $v_{max} = 5\,\mathrm{ms^{-1}}$ innerhalb von $3\,\mathrm{s}$ erreichen. Wieviele Personen dürfen in den Lift, wenn du von einer durchschnittlichen Masse von $m = 75\,\mathrm{kg}$ ausgehst?

a) 17

b) 18

c) 19

d) 20

e) 24

Frage 11

Wir befinden uns am Äquator, es ist der 21. März. An diesem Tag ist Tag-Nacht-Gleichheit: Sonnenaufgang ist genau um 6 Uhr, die Sonne erreicht den Zenit genau um 12 Uhr und der Sonnenuntergang ist genau um 18 Uhr. Senkrecht in der Erde steckt ein Stab. Um 14 Uhr messen wir die Länge l des Schattens des Stabs. Welche Länge wird er um 16 Uhr haben?

a) $0.5l$

b) $2l$

c) $3l$

d) $5l$

Frage 12

Zwei 75 W Glühbirnen (bei 220 V) sind in Serie geschaltet. Die Schaltung ist mit einer 220 V Stromversorgung verbunden. Wie viel Leistung verbraucht jede Glühbirne für sich?

a) 75 W

b) 60.125 W

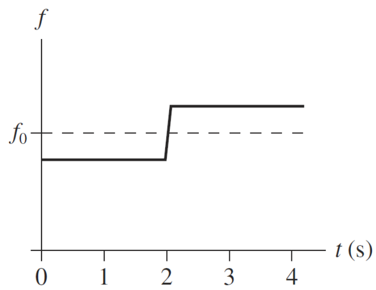
c) 18.75 W

d) 37.5 W

e) Das hängt vom Widerstand der Glühbirnen ab.

Frage 13

Du befindest dich bei $x = 0$ und hörst einen Ton. Dieser wird von einer Quelle mit einer Frequenz f_0 erzeugt. Die folgende Abbildung zeigt die Frequenz des Tons, den du hörst, über einen Zeitraum von 4 s:



Welche der folgenden Aussagen beschriebt die Quelle am besten?

a) Die Quelle bewegt sich von rechts nach links und kommt dir bei $t = 2$ s am nächsten.

b) Sie bewegt sich von links nach rechts und kommt dir bei $t = 2$ s am nächsten.

c) Die Quelle bewegt sich auf dich zu, ohne ganz zu dir zu kommen. Bei $t = 2$ s macht sie kehrt und entfernt sich auf dem gleichen Weg wieder von dir.

d) Zuerst entfernt sich die Quelle von dir. Bei $t = 2$ s kehrt sie um und kommt auf dem gleichen Weg wieder in deine Richtung.

Frage 14

Deine Schultern haben eine Fläche von etwa $50\,\mathrm{cm} \cdot 10\,\mathrm{cm}$. Wie viele kg Luft in etwa trägst du folglich täglich auf deinen Schultern?

a) 10
b) 50
c) 100
d) 500

Frage 15

Du hast ein Glas mit 3.0 dL Wasser, das du gerne einfrieren möchtest. Dazu gibst du $45\,\mathrm{cm}^3$ Eis hinzu, das eine Temperatur von $-5.0\,°\mathrm{C}$ hat. Das Wasser hat eine Anfangstemperatur von $10\,°\mathrm{C}$. Was erhältst du nach genug langer Wartezeit? Nimm an, dass das System aus Wasser und Eis weder mit dem Glas noch mit der weiteren Umgebung Energie oder Wärme austauscht.
Konstanten:

- Dichte von Eis: $0.92\,\mathrm{gcm}^{-3}$
- Dichte von Wasser: $1.0\,\mathrm{gcm}^{-3}$
- Wärmekapazität von Wasser: $4.2\,\mathrm{kJkg}^{-1}\mathrm{K}^{-1}$
- Wärmekapazität von Eis: $2.1\,\mathrm{kJkg}^{-1}\mathrm{K}^{-1}$
- Schmelzenthalpie von Eis: $333.5\,\mathrm{kJkg}^{-1}$

a) 230 g Wasser / 111 g Eis / beides bei $0\,°\mathrm{C}$.
b) 337 g Wasser / 5 g Eis / beides bei $0\,°\mathrm{C}$.
c) 341 g Wasser bei $1.74\,°\mathrm{C}$ / kein Eis.
d) 322 g Wasser / 19 g Eis / beides bei $0\,°\mathrm{C}$.

Frage 16

Die Solar Impulse SI2 ist ein elektrisches Flugzeug, das von 17 248 Solarzellen mit Strom versorgt wird. Die Batterien des Flugzeugs haben eine Energiedichte von $260\,\mathrm{Whkg}^{-1}$ und machen 28 % des Gesamtgewichts des Flugzeugs (2300 kg) aus.
Wir machen uns nun Gedanken über einen Nachtflug: Bei Sonnenuntergang fliegt das Flugzeug mit $60\,\mathrm{kmh}^{-1}$ auf einer Höhe von 8500 m.ü.M. Wieviel Energie verbraucht das Flugzeug ungefähr bis zum Sonnenaufgang?

a) 170 000 J
b) 100 kWh
c) $4.8 \times 10^{27}\,\mathrm{eV}$
d) $160\,\mathrm{Pam}^3$

Frage 17

Welche der folgenden Einheiten ist keine Energieeinheit?

a) $\mu\mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{S}^{-1}$
b) $\mathrm{MPa} \cdot \mathrm{cm}^3$
c) Gy·mg
d) $\mathrm{N} \cdot \mathrm{V} \cdot \mathrm{S} \cdot \mathrm{T} \cdot \mathrm{Pa}^{-1}$
e) a) bis d) sind alles Energieeinheiten.

Frage 18

Ein geostationärer Satellit hat:

a) einen elliptischen Orbit.

b) eine siderische Umlaufzeit von exakt 24 h.

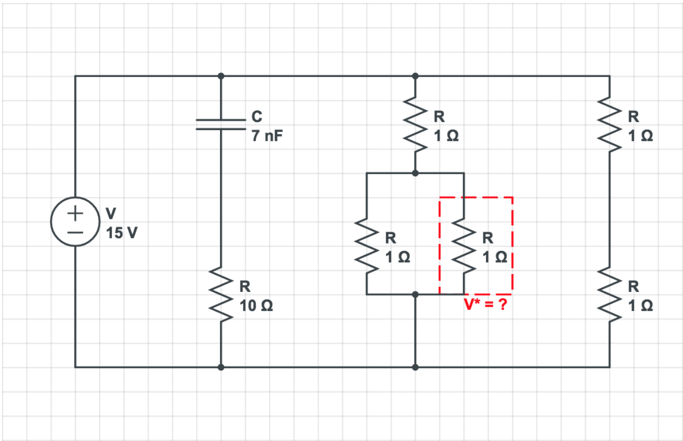
c) eine Geschwindigkeit von Null.

d) eine Beschleunigung von Null.

e) Keine der oben genannten Antworten ist korrekt.

Frage 19

Der unten abgebildete Schaltkreis wurde vor einiger Zeit eingeschaltet. Welches ist die Spannung V^* am rot umrandeten Widerstand?



a) 2.5 V

b) 5 V

c) 7.5 V

d) 10 V

Frage 20

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

a) Das elektrische Feld ist ein skalares Feld.

b) Der Impuls eines Elektrons, welches sich durch ein gleichförmigen magnetischen Feld bewegt, wird durch die Lorentzkraft verändert.

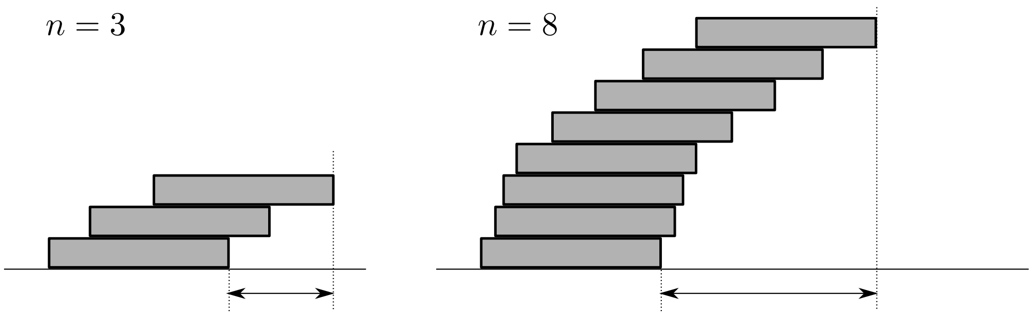
c) In einem Magnetfeld bewegt sich ein Elektron immer auf einem Kreis oder einer Spirale, sofern kein elektrisches Feld vorhanden ist.

d) Die Lorentzkraft ist immer konservativ.

e) Keine der oben aufgeführten Antworten ist korrekt.

Frage 21

Du hast (unbegrenzt) viele quaderförmige Klötze zu Weihnachten erhalten mit Länge l, Breite b und Höhe h. Du möchtest nun eine Brücke über einen See bauen, indem du die Klötze aufeinander legst. Dabei darfst du keine Hilfsmittel benützen, sondern legst die Klötze so übereinander, dass das resultierende Drehmoment immer verschwindet. Wie weit über das Ufer hinaus kommst du? Sieh dir auch das Bild an.



a) e^l

b) $\log(2^l)$

c) $l!$

d) ∞

Frage 22

Wie gross ist der mittlere Abstand zwischen zwei Gasmolekülen bei einer Temperatur von $T = 0\,°\mathrm{C}$ und einem Druck von $P = 1.01 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$?

a) $3\,\mu\mathrm{m}$

b) $240\,\mathrm{nm}$

c) $67\,\mathrm{nm}$

d) $4\,\mathrm{nm}$

e) $750\,\mathrm{pm}$

Theoretische Probleme

Zeit: 120 Minuten
Maximalpunktzahl: 48 Punkte

Beginne jede Aufgabe auf einem neuen Blatt, um das Korrigieren zu erleichtern.

Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	=	$299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Permeabilität (Vakuum)	μ_0	=	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}A^{-2}{\cdot}s^{-2}}$
Permittivität (Vakuum)	ε_0	=	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-3}}$
Plancksches Wirkungsquantum	h	=	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}$
Elementarladung	e	=	$1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A{\cdot}s}$
Gravitationskonstante	G	=	$6.673\,84(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Erdbeschleunigung	g	=	$9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Avogadro-Zahl	N_A	=	$6.022\,141\,29(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Universelle Gaskonstante	R	=	$8.314\,459\,8(48)\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$
Boltzmann Konstante	k_B	=	$1.380\,648\,8(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Stefan-Boltzmann Konstante	σ	=	$5.670\,373(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$

Aufgabe 1 : Reise zum Mittelpunkt der Erde *(16 Punkte)*

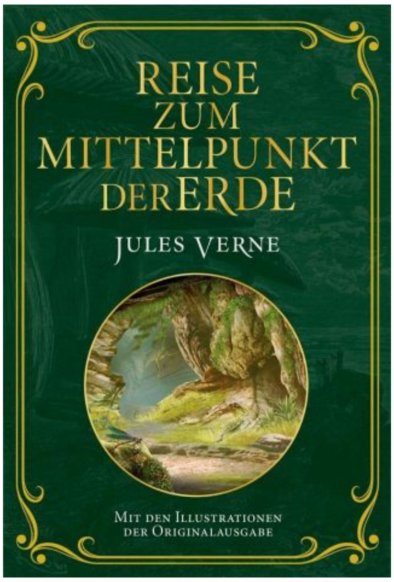


Abbildung 1: Einband des Romans

Die „Reise zum Mittelpunkt der Erde“ ist ein Abenteuerroman, der 1864 von Jules Vernes geschrieben wurde. Es geht um eine fiktive Expedition, die in Island startet, durch eine Höhle bis in den Mittelpunkt der Erde vordringt und dann beim Vesuv wieder an die Erdoberfläche gelangt. Heute wissen wir deutlich mehr über den inneren Aufbau der Erde, vor allem, dass eine Reise durch die Erde wohl noch lange Science-Fiction bleiben wird. In dieser Aufgabe geht es darum, eine modernere Art, durch die Erde zu reisen, zu untersuchen. Natürlich ist auch dieses Beispiel reine Fiktion, dennoch ist es interessant, was passieren würde, könnte man eine solche Reise tatsächlich unternehmen ...

Für die Reise zum Mittelpunkt der Erde wird ein Tunnel gebohrt, der von der Erdoberfläche durch den Mittelpunkt der Erde bis auf die gegenüberliegende Seite verläuft. Die Erde wird als perfekte Kugel mit dem Erdradius R_E und einer **homogenen Dichte** angenommen. Alle Berechnungen finden im Bezugssystem der Erde statt, Effekte wie Reibung, Coriolis- oder Zentrifugalkraft dürfen vernachlässigt werden.

Für diese Aufgabe brauchst du die folgenden Konstanten:

- Produkt aus Gravitationskonstante G und Erdmasse M_E:

$$G \cdot M_E = 3.9860042 \cdot 10^{14}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^2}$$

- Erdradius $R_E = 6371\,\mathrm{km}$

Teil A. Gravitationspotential im Erdinnern (8 Punkte)

Auf ein Objekt im Gravitationspotential („Schwerefeld“) der Erde wirkt nur die ganze Masse der Erde, wenn sich das Objekt ausserhalb der Erdkugel befindet. Falls sich ein Objekt im Inneren der Erde befindet, wirkt nur der Teil der Erdmasse auf das Objekt, der sich näher am Zentrum der Erde befindet als das Objekt selbst. Dies bedeutet, dass sich das Objekt bei einem Abstand x zum Erdmittelpunkt so verhält, wie wenn es nur von dem Teil der Erde angezogen würde, der sich innerhalb der Kugel mit Radius x und Zentrum im Erdmittelpunkt befindet.

i. (2 P.) Drücke die Masse $M(x)$ einer kleineren Kugel aus Erdmaterial mit Radius x durch den Erdradius R_E, die Gesamtmasse der Erde M_E und x aus.

ii. (2 P.) Berechne die Gravitationskraft F_G, die auf ein Objekt in der Erde mit Abstand x zum Erdmittelpunkt einwirkt. Drücke F_G durch R_E, M_E, die Masse m des Objekts und x aus.

Hinweis: Benutze das Newton'sche Gravitationsgesetz: $F_G = \frac{GMm}{x^2}$

iii. (1 P.) Berechne aus der Gravitationskraft $F_G(x)$ im Erdinnern (aus der vorigen Teilaufgabe) das Gravitationspotential $E_{\text{pot}}(x)$ im Erdinnern.

Hinweis: Für das Potential der Gravitationskraft im Erdinnern gilt:

$$E_{\text{pot}}(x) = \int_0^x F_G(z)\, dz$$

iv. (3 P.) Berechne die Geschwindigkeit v_m im Mittelpunkt der Erde formal und numerisch, wenn man ohne Anfangsgeschwindigkeit in den Tunnel fällt.

Teil B. Bahnkurve des Falls (8 Punkte)

i. (2 P.) Stelle die Differentialgleichung für die Bahnkurve $x(t)$ auf.

Hinweis: 2. Newton'sches Gesetz

ii. (3 P.) Löse die Differentialgleichung für $x(t)$ unter der Anfangsbedingung, dass das Objekt zu Beginn an der Erdoberfläche ist und ohne Anfangsgeschwindigkeit in den Tunnel fällt.

Hinweis: Die allgemeine Lösung für die Differentialgleichung $y''(x) = -\lambda \cdot y(x)$ mit $\lambda > 0$ lautet:

$$y(x) = A \cdot \cos\left(\sqrt{\lambda} \cdot x\right) + B \cdot \sin\left(\sqrt{\lambda} \cdot x\right)$$

A und B sind Integrationskonstanten, die mit den Anfangsbedingungen ermittelt werden können.

iii. (3 P.) Berechne erneut die Geschwindigkeit v_m beim Mittelpunkt der Erde. Benutze diesmal deine Lösung für die Bahnkurve $x(t)$. Vergleiche dieses Resultat mit demjenigen aus der vorigen Teilaufgabe.

Hinweis: Die Geschwindigkeit $v(t)$ ist die Ableitung der Ortsfunktion $x(t)$ nach der Zeit.

Aufgabe 2 : Flug zu den Sternen *(16 Punkte)*

Relativistische Effekte dürfen in der gesamten Aufgabe ignoriert werden.

Teil A. Strahlungsdruck (6 Punkte)

Elektromagnetische Wellen können eine Kraft auf einen Körper ausüben, wenn sie von diesem absorbiert oder reflektiert werden. Nimm an, die Kraft von einem Laserstrahl auf einen schwarzen Körper beträgt F in Richtung des Strahls, wobei das Laserlicht komplett absorbiert wird (siehe Abbildung 2a).

i. (2 P.) Wirkt auf den Laser auch eine Kraft durch den Strahl? Wenn ja, wie stark ist sie und in welche Richtung zeigt sie?

ii. (2 P.) Wie gross ist die Kraft auf einen Spiegel, welcher den Strahl bei einem Einfallswinkel θ vollständig reflektiert (Abbildung 2b)?
Hinweis: Überlege dir, was geschieht, wenn der obige schwarze Körper den Strahl nach dem Spiegel absorbierst.

iii. (2 P.) Der Betrag von F hängt von der Leistung P des Lasers und der Lichtgeschwindigkeit c ab. Was für eine Gleichung könnte die drei Grössen miteinander verbinden? Achte dabei auf die Einheiten, und mache den Ausdruck so einfach wie möglich. Angenommen dieser Ausdruck stimmt, wie gross ist F für einen Laserpointer mit einer Leistung von 1 mW?

Teil B. Proxima Centauri (10 Punkte)

Proxima Centauri ist mit einer Distanz von 4.2 Lichtjahren der der Sonne am nächsten gelegene Stern. Um nach Ausserirdischem Leben auf einem Planeten um Proxima Centauri zu suchen, soll eine Raumsonde mit einem auf der Erde stationierten Laser in Richtung des Sterns angetrieben werden. Die Sonde ist mit einem grossen Sonnensegel ausgestattet, welche das Licht des Lasers einfängt. Zudem besteht die Sonde aus extrem leichten Materialien, damit ihre Masse nur $m = 1\,\mathrm{g}$ beträgt.

i. (2 P.) Funktioniert der Antrieb besser, wenn das Sonnensegel das Laserlicht vollständig absorbiert oder reflektiert? Begründe deine Antwort.

ii. (3 P.) Aufgrund der nicht perfekten Kollimation des Lasers ist der Antrieb nur effizient, wenn die Distanz s zwischen der Sonde und dem Laser weniger als $s_L = 1 \times 10^7\,\mathrm{km}$ beträgt. Nimm an, dass für $s < s_L$ der Laser eine konstante Kraft auf die Sonde ausübt, während die Kraft null ist wenn $s > s_L$. Wie gross muss die Kraft am Anfang sein, damit die Sonde Proxima Centauri innert 50 Jahren erreicht? Du sollst annehmen, dass sich die Sonde zu Beginn bewegungslos direkt vor dem Laser befindet, und dass der Einfluss von Gravitation vernachlässigt werden kann.

iii. (3 P.) Zeichne je einen Graphen für

- s als Funktion der Zeit,
- die Geschwindigkeit der Sonde als Funktion der Zeit,
- die Beschleunigung der Sonde als Funktion der Zeit.

iv. (2 P.) Benütze deine Antworten von Teilaufgaben A.iii und B.ii, um die benötigte Laserleistung zu berechnen.

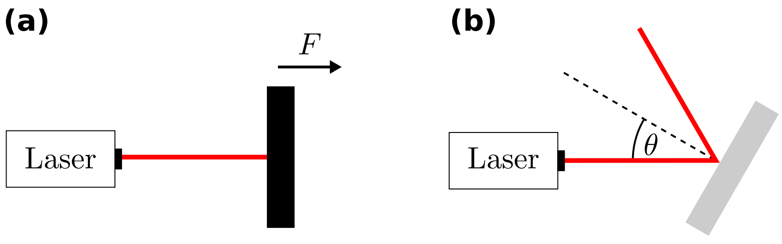
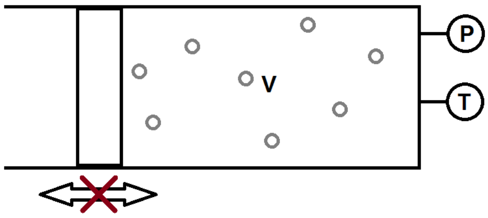


Abbildung 2

Aufgabe 3 : Druck *(16 Punkte)*

Teil A. Bestimmung der Masse (5 Punkte)



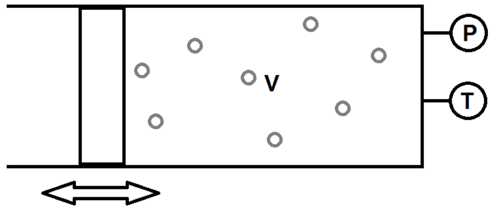
Ein Zylinder mit Anfangsvolumen $V = 2\,\mathrm{L}$ ist mit Stickstoff gefüllt. Der Zylinder wird durch einen Kolben hermetisch verschlossen. Im ersten Teil der Aufgabe wird der Kolben blockiert, das Gas wird auf verschiedene Temperaturen erwärmt und der Druck für jede Temperatur gemessen. Die Resultate der Messungen sind in folgender Tabelle aufgeführt.

#	T(°C)	P(Pa)
1	10	168100
2	20	174000
3	50	191800
4	100	221500
5	150	251200
6	250	310600

i. (2 P.) Zeichne ein Graph des Druckes als Funktion der Temperatur im Zylinder.
ii. (3 P.) Welche Masse hat der Stickstoff im Zylinder?

Teil B. Gleichgewicht (2 Punkte)

Nun kann sich der Kolben parallel zur Zylinderachse bewegen, er wird den Zylinder jedoch nie verlassen. Die Wärmeübertragung zwischen dem Gas und der Umgebung kann, soweit nicht anders angegeben, vernachlässigt werden.



i. (2 P.) Die Temperatur des Gases betrage 23 °C. Wie gross ist dann das Volumen des Gases im Zylinder?

Teil C. Wir Tauchen (9 Punkte)

Ein Taucher bringt den Zylinder unter Wasser, $h = 7\,\mathrm{m}$ unter die Wasseroberfläche. Die Temperatur betrage immer noch 23 °C und der Kolben kann sich immer noch frei bewegen.

Konstanten:

- Dichte von Wasser: $\rho_w = 1.0\,\mathrm{gcm}^{-3}$
- Wärmekapazität von Stickstoff: $c_s = 1.04\,\mathrm{kJkg}^{-1}\mathrm{K}^{-1}$

i. (2 P.) Welches Volumen nimmt das Gas ein, wenn die Temperatur unverändert bleibt?
ii. (3 P.) Der Zylinder wird unter Wasser gelassen. Welche Wärmemenge muss dem Gas zugefügt werden, damit sein Volumen 2 L beträgt?
iii. (4 P.) Wie gross muss die Masse des Zylinders (als Funktion der Temperatur des Gases) sein, damit der Zylinder im Gleichgewicht auf der selben Tiefe bleibt? (d.h. er steigt weder zurück zur Oberfläche, noch sinkt er an den Grund.) Dabei wird die Masse des Kolbens vernachlässigt. Das Volumen des Kolbens und des Zylinders zusammen kann gegenüber dem Volumen des Gases ebenfalls vernachlässigt werden.

Multiple Choice : answers

	a)	b)	c)	d)	e)
Question 1	■	□	□	□	□
Question 2	□	□	■	□	
Question 3	■	□	□	□	
Question 4	■	□	□	□	
Question 5	□	□	■	□	
Question 6	□	■	□	□	□
Question 7	■	□	□	□	
Question 8	□	□	■	□	□
Question 9	□	□	■	□	
Question 10	■	□	□	□	□
Question 11	□	□	■	□	
Question 12	□	□	■	□	□
Question 13	□	□	□	■	
Question 14	□	□	□	■	
Question 15	□	■	□	□	
Question 16	□	□	■	□	
Question 17	□	□	□	□	■
Question 18	□	□	□	□	■
Question 19	□	■	□	□	
Question 20	□	■	□	□	□
Question 21	□	□	□	■	
Question 22	□	□	□	■	□

Aufgabe 1 : Travel to the center of Earth: *solution* (16 Punkte)

Remark: For parts in the grading system where more than 0.5 points are given, you can always give half points for correct thoughts but wrong calculation or similar things.

Teil A. Gravitationspotential im Erdinnern (8 Punkte)

i. (2 P.) First, we recall that the volume V of a sphere with radius r is

$$V = \frac{4\pi}{3} r^3 . \tag{1}$$

Since we assume that the density ρ_E of Earth is uniform, we infer that

$$M_E = \rho_E \frac{4\pi}{3} R_E^3$$

The mass of the smaller sphere with radius x, given that it has the same uniform density ρ_E, is

$$M(x) = \rho_E \frac{4\pi}{3} x^3 . \tag{2}$$

Thus, we calculate that

$$\frac{M(x)}{M_E} = \frac{x^3}{R_E^3}$$

$$\Rightarrow \quad M(x) = M_E \left(\frac{x}{R_E}\right)^3 . \tag{3}$$

Grading: 0.5 points for (1), *1 point* for (2), *0.5 points* for (3). If the solution deviates from this one, you might have to adjust the grading.

ii. (2 P.) Given the information in the text and the knowledge that a massive sphere with uniform density behaves like there was only a point mass at its center, we infer from the Newtonian law of Gravity that

$$F_G = G \frac{M(x) m}{x^2} .$$

Using our expression for $M(x)$ from the previous part, we can write F_G in the desired form:

$$F_G = G \frac{M_E m}{R_E^3} x \tag{4}$$

Grading: 1 point for some explanation like the underlined part of the text above, *1 point* for (4).

iii. (1 P.) Note that we set our potential to be 0 at the earth's center. So we only have to solve the integral given in the hint to receive our potential:

$$E_{\text{pot}}(x) = \int_0^x F_G(z)\, dz = \int_0^x G \frac{M_E m}{R_E^3} z\, dz$$
$$= G \frac{M_E m}{R_E^3} \int_0^x z\, dz = G \frac{M_E m}{2R_E^3} x^2$$

Grading: 1 point for the correct solution. The explanation about the gauge is not required.

iv. (3 P.) Since there is no friction, the whole difference in the potential energy between $x = R_E$ and $x = 0$ is converted into kinetic energy:

$$E_{\text{kin}}\big|_{r=0} = E_{\text{pot}}(R_E) \tag{5}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_m^2 = G \frac{M_E m}{2R_E^3} R_E^2$$

$$\Rightarrow \quad v_m^2 = \frac{GM_E}{R_E}$$
$$\Rightarrow \quad v_m = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \tag{6}$$
$$= \sqrt{\frac{3.986 \cdot 10^{14}\, \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}}{6371\,\text{km}}} = 7910\, \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{7}$$

Grading: 1 point for (5), *1 point* for (6), *0.5 points* for (7), *0.5 points* for the correct number of significant digits (which is 4).

Teil B. Bahnkurve des Falls (8 Punkte)

i. (2 P.) Newton's second law is $F = ma$, where F is the total force exerted on a body with mass m, and a is its resulting acceleration. Here, since there is no friction, the total force acting on the body is F_G. So:

$$m x''(t) = F_G = -G \frac{M_E m}{R_E^3} x(t) \tag{8}$$
$$\Rightarrow \quad x''(t) = -\frac{GM_E}{R_E^3} x(t) \tag{9}$$

Note that we have to put a minus sign in front of the force, since its direction is always towards the center, which we have chosen to be at $x = 0$.

Grading: 1 point for (8) with the $-$ sign, *0.5 points* if the $-$ sign is missing. *0.5 points* for a comment that (8) was obtained by using Newton's second law. *0.5 points* for () (with correct $-$ sign).

ii. (3 P.) The universal solution is

$$x(t) = A\cos(\lambda t) + B\sin(\lambda t)\,, \tag{10}$$

where $\lambda := \sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}$. The first boundary condition is:

$$\begin{aligned} & x(0) = R_E \\ & \Rightarrow \quad A\cos(0) + B\sin(0) = A = R_E \end{aligned} \tag{11}$$

Next, we calculate the velocity of our body:

$$x'(t) = -\lambda R_E \sin(\lambda t) + \lambda B \cos(\lambda t)$$

The second condition is:

$$x'(0) = 0 \tag{12}$$

$$\Rightarrow \quad -\lambda R_E \sin(0) + \lambda B \cos(0) = \lambda B = 0 \tag{13}$$

Since $\lambda \neq 0$, B must be zero. Therefore, the solution is:

$$x(t) = R_E \cos\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}t\right) \tag{14}$$

Grading: 0.5 points for (10), *1 point* for (11), *1 point* for (13), *0.5 points* for (14).

iii. (3 P.) With the constants A and B and the general formula for $x'(t)$ from the previous exercise, we infer that

$$\begin{aligned} x'(t) &= -\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}} R_E \sin\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}t\right) \\ &= -\sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \sin\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}t\right) \end{aligned} \tag{15}$$

- **Option 1:** As we saw in the previous part, the velocity reaches its maximal value in the center of earth. So, it is sufficient to calculate $\max_{t\in\mathbb{R}} |v(t)|$. Since

$$\begin{aligned} & \forall t \in \mathbb{R} : |\sin(t)| \leq 1 \\ & \Rightarrow \quad \max_{t\in\mathbb{R}} |v(t)| = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E}}\,. \end{aligned} \tag{16}$$

- **Option 2:** We calculate the time t_m at which the body reaches the center:

$$\begin{aligned} & x(t_m) = R_E \cos\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}t_m\right) = 0 \\ & \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}t_m = \frac{\pi}{2} \\ & \Rightarrow \quad t_m = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R_E^3}{GM_E}} \end{aligned} \tag{17}$$

As $v_m = |x'(t_m)|$, we calculate

$$\begin{aligned} v_m &= \left|-\sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \sin\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}t_m\right)\right| \\ &= \left|-\sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \sin\left(\sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R_E^3}{GM_E}}\right)\right| \\ &= \left|-\sqrt{\frac{GM_E}{R_E}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| \\ &= \sqrt{\frac{GM_E}{R_E}}\,. \end{aligned} \tag{18}$$

In both cases, we get the same result as in the previous part, which is not the least bit surprising.

Grading: 1 point for (15). Option 1: *0.5 points* for (16), *1 point* for the explanation why this calculation makes sense. Option 2: *1 point* for (17), *0.5 points* for (18). Both options: *0.5 points* for comparison with the result from part A.

Flug zu den Sternen

Note: Although the requirements for the spacecraft below appear rather unrealistic, some people are seriously pursuing these ideas. See `https://en.wikipedia.org/wiki/Breakthrough_Starshot` *for an overview.*

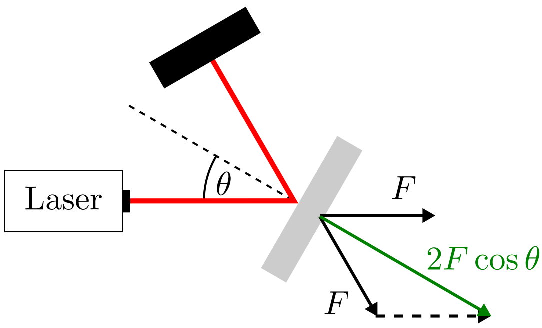
1. According to Newton's third law, there must be a equal an opposite force on the laser. That is, a force of magnitude F acts on the laser opposite to the direction of propagation of the beam.

2. We consider blocking the light by the black body as suggested in the problem. We may argue in two different ways:

   (a) The forces on the laser, the mirror, and the black body must sum to zero because there is no external force acting on the three objects.

   (b) Both the laser and the black body experience a force of magnitude F. According to Newton's third law, each of these forces must be accompanied by an equal but opposite force on the mirror.

   The two arguments are of course entirely equivalent, yielding a force $2F\cos\theta$ normal to the mirror, in the direction that points away from the laser (see figure below).



3. Based on dimensional analysis, the laser power and the force could satisfy

$$P = Fc$$

   We know from electrodynamics that this is indeed they case, although no such knowledge is required in the problem.

4. It is better to use a reflecting sail as this increases the force by a factor of 2. Moreover, an absorbing sail would heat up and would probably be destroyed by the powerful laser. Both answers are okay.

5. A light year is equal to

$$1\,\mathrm{ly} = 365 \times 24 \times 3600\,\mathrm{s} \times c = 9.5 \times 10^{15}\,\mathrm{m},$$

such that the distance to Proxima Centauri is given by approximately 4.0×10^{16} m. Since this distance is orders of magnitudes larger than s_L, the final velocity is very close to the average velocity. Hence, we obtain the final velocity

$$v_f = 4.2\,\mathrm{ly}/50\,\mathrm{years} = 8.4 \times 10^{-2} c.$$

It remains to compute the acceleration required to achieve this final velocity after a distance s_L. For a constant acceleration a, we have

$$s_L = \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

and

$$v_f = a \Delta t.$$

Solving for a yields

$$a = \frac{v_f^2}{2 s_L} = 3.2 \times 10^4\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

With a mass of 1 g, this corresponds to a force of 32 N.

I expect few students to approximate the final velocity by the average velocity. For this reason, I include a solution without this simplification. It is

$$d = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_f (\Delta t_{\mathrm{tot}} - \Delta t),$$

where d is the distance to the star, a the acceleration due to the laser, Δt the duration of the acceleration, and $\Delta t_{\mathrm{tot}} = 50$ years is the duration of the entire journey. We make use of the relations $v_f = a\Delta t$ and $s_L = a\Delta t^2/2$ to express Δt and v_f in terms of a and s_L as

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2 s_l}{a}}, \qquad v_f = \sqrt{2 s_l a}.$$

By substituting into the original equation, we can solve for a to obtain

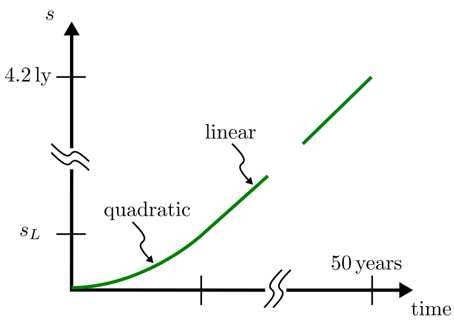
$$a = \frac{(d + s_L)^2}{2 s_l \Delta t_{\mathrm{tot}}^2}.$$

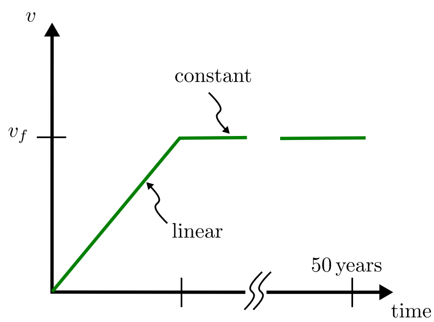
The final result is the same within the desired numerical accuracy.

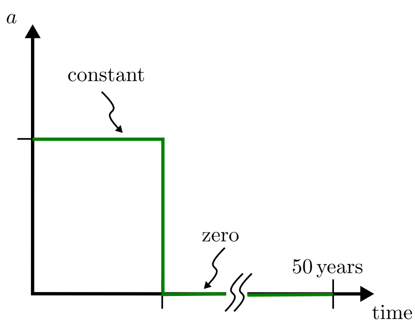
6. The plots are shown below. Ideally, the students should indicate that the duration of the acceleration very short compared to the duration of the entire flight.

7. In order to obtain the laser power, we have to multiply the result from part 6 by $c/2$. The factor of 2 arises because we assumed that the sail is reflective. (No marks should be deducted if the student argued earlier that the sail should absorb the light.) The numerical answer is

$$P = \frac{c}{2} \times 32\,\mathrm{N} = 4.8 \times 10^9\,\mathrm{W}.$$

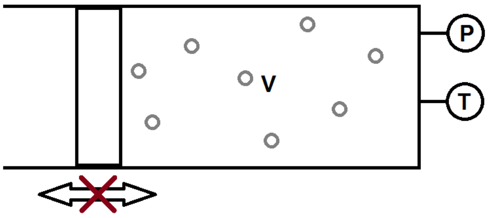

s
4.2 ly
linear
quadratic
s_L
50 years
time


v
constant
v_f
linear
50 years
time


a
constant
zero
50 years
time

Problème 1 : Sous pression *(16 points)*

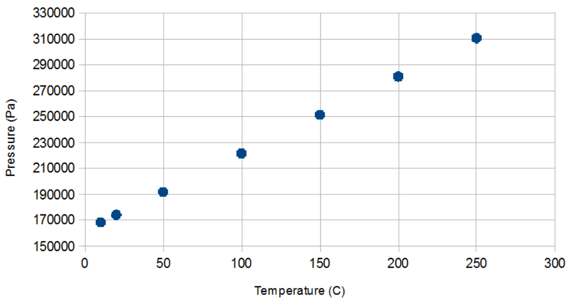
Partie A. Détermination de la masse (5 points)



De l'azote se trouve dans un cylindre de volume initial $V = 2\,\mathrm{L}$ muni d'un piston hermétique. Dans cette première partie on bloque le piston, on chauffe le gaz à différentes températures et on mesure la pression à chaque fois. Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

#	T(°C)	P(Pa)
1	10	168100
2	20	174000
3	50	191800
4	100	221500
5	150	251200
6	250	310600

i. (2 pts) 4 x (0.25 pt) for graph label and units = 1 pt (1 pt) for correct ploting of data Typically you take off : -(0.25 pt) if the data do not span over the whole axis (ie if they plot from 0 to 350000 for the pressure, from 150000 is sufficient and allows better visualization of the data) -(0.25 pt) if the graph is super small on the sheet of paper



ii. (3 pts)

$$PV = nRT$$

(0.5pt)

$$P = (mR/M_mV)T$$

(0.5pt)
get the slope on the graph (0.5pt) then $m = slope * M_mV/R$ (1pt)

The molar mass of nitrogen is $14\,\mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$, this is maybe an information we should display on the board during the exam...

(0.5 pt numerical application)

the slope is calculated by me to yield a mass of 2 g, I rounded the pressure to make it easier to plot here and there, but just taking the extreme points after realizing the relation should be linear would give them a slope of $594.16\,\mathrm{Pa{\cdot}K^{-1}} = 594.16\,\mathrm{Pa{\cdot}°C^{-1}}$ whereas the true value should be $593.89\,\mathrm{Pa{\cdot}K^{-1}}$. I will let the markers decide on how many points to give or take off depending on the students results. I will give the numerical results for $m = 2\,\mathrm{g}$ in the following sections.

Partie B. Equilibrium (2 points) **i. (2 pts)**

$$V = (mR/M_mP)T = 3.48\,\mathrm{L}$$

(1pt) where $P = P_{atm}$ (1pt)

(0.5 pt numerical application) They can take $P = P_{atm} = 1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$, anything close to that within 10% is acceptable

Partie C. We dive (9 points)

Constantes :

- Densité de l'eau : $\rho_e = 1.0\,\mathrm{gcm^{-3}}$
- Chaleur massique de l'azote : $c_a = 1.04\,\mathrm{kJkg^{-1}K^{-1}}$

i. (2 pts)

$$V = (mR/M_mP)T = 2.07\,\mathrm{L}$$

(0.5 pt) where $P = Patm + \rho_{water} * g * h$ (1pt) (0.5 pt numerical application)

ii. (3 pts) En laissant le cylindre sous l'eau quelle quantité de chaleur faut-il fournir au gas pour que son volume soit de 2 L ?

$$(VM_mP)/(mR) = Tf = 285.69\,\mathrm{K} = 12.69\,°\mathrm{C}$$

(1pt) where $P = Patm + \rho_{water} * g * h$ (0.5 pt)

$$Q = mc_{nitrogen}(Tf - Ti) = -21\,439\,\mathrm{J}$$

(1pt)

We have to take some heat from the gas (0.5 pt numerical application)

iii. (4 pts) Archimedes :

$$F_A = \rho_{water} V_{fluid} g$$

(1pt) Equilibrium :

$$F_A = (m_{cylinder} + m)g$$

(1pt) Combining the two latter (one can simplify g) :

$$\rho_{water} V_{fluid} = m_{cylinder} + m$$

(0.5 pt)

$$V = (mR/M_m P)T$$

(0.25 pt)
it yields

$$m_{cylinder}(T) = \left(\frac{\rho_{water} R}{M_m(Patm + \rho_{water} * g * h)} T - 1 \right) m$$

(1 pt)