Schweizerische Physikolympiade

Runde 1

Zürich, 16. Januar 2013

Teil 1 : Multiple Choice – 16 Fragen
Teil 2 : 3 Aufgaben

Erlaubte Hilfsmittel : Taschenrechner ohne Formelspeiche
Schreib- und Zeichenmaterial

Viel Glück !

Supported by :
Alpiq AG
Staatssekretariat für Bildung und Forschung
BASF (Basel)
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Merck Serono S.A. (Genf)
Metrohm Striftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis International AG (Basel)
Quantum Science and Technology
F. Hoffmann-La Roche AG (Basel)
Schnelli Thermographie, Schaffhausen
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Syngenta AG
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Frage 1

Für ein Elektron ist die Beziehung $\left|\frac{q}{m}\right|$ zwischen der Ladung q und Masse m

a) Null

b) so gross wie die eines Protons

c) so gross wie für ein Neutron

d) grösser als für ein Proton

e) kleiner als für ein Proton

Frage 2

Ein Astronaut nimmt eine kleine Metallkugel und eine dünne Schnur mit auf einen fremden Planeten und macht daraus ein Pendel. Durch die Messung der Periodendauer und der Länge der Schnur kann er folgendes bestimmen:

a) die Tagesdauer

b) die Masse der Metallkugel

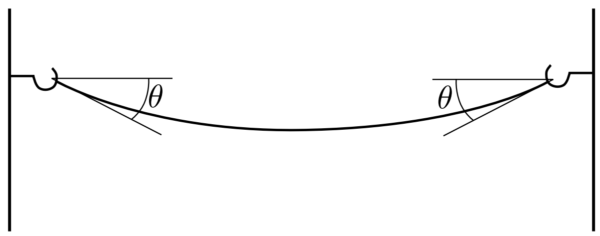
c) das Trägheitsmoment der Metallkugel

d) die Fallbeschleunigung

e) die Entfernung zur Erde

Frage 3

Ein stetiges, dickes flexibles Seil mit Masse m hängt lose zwischen zwei Haken in der gleichen Höhe (siehe Bild), wobei das Seil am Aufhängepunkt einen Winkel θ mit der Horizontalen bildet. Was ist die Saitenspannung am tiefsten Punkt des Seils?



a) 0

b) $\frac{mg}{2}$

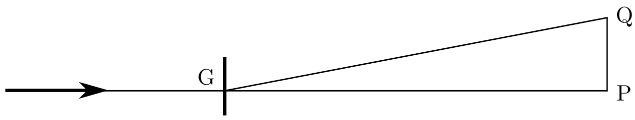
c) $\frac{mg}{2\tan\theta}$

d) $mg\cos\theta$

e) $\frac{mg}{\sin\theta}$

Frage 4

Monochromatisches Licht trifft senkrecht auf ein Gitter G. Auf dem dahinter liegender Bildschirm befindet sich das zentrale Maximum am Punkt P und das Maximum 1. Ordnung am Punkt Q . (Der Winkel PGQ ist klein) (siehe Bild). Wie verändert sich der Abstand PQ auf dem Bildschirm, wenn das Gitter in alle Dimensionen um 1 % schrumpft?



a) Zunahme um 1 %

b) Zunahme um 0.5 %

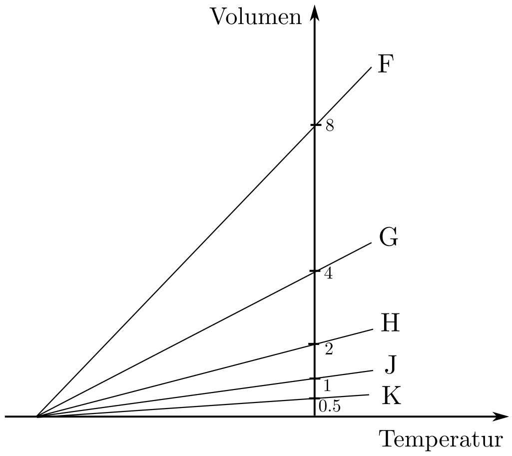
c) unverändert

d) Verringerung um 0.5 %

e) Verringerung um 1 %

Frage 5

Ein ideales Gas der Masse m wird bei konstantem Druck p expandiert. Linie H der Abbildung zeigt diese Expansion. Durch welche Linie wird die Ausdehnung der Masse $2m$ des gleichen Gas bei konstantem Druck $\frac{p}{2}$ dargestellt?



a) Linie F

b) Linie G

c) Linie H

d) Linie J

e) Linie K

Frage 6

Wir werfen einen Stein nach oben. Der Stein erreicht seine maximale Höhe h zur Zeit t. Wie hoch war der Stein zum Zeitpunkt $\frac{t}{2}$? (Der Luftwiderstand wird vernachlässigt).

a) $\frac{h}{4}$

b) $\frac{h}{3}$

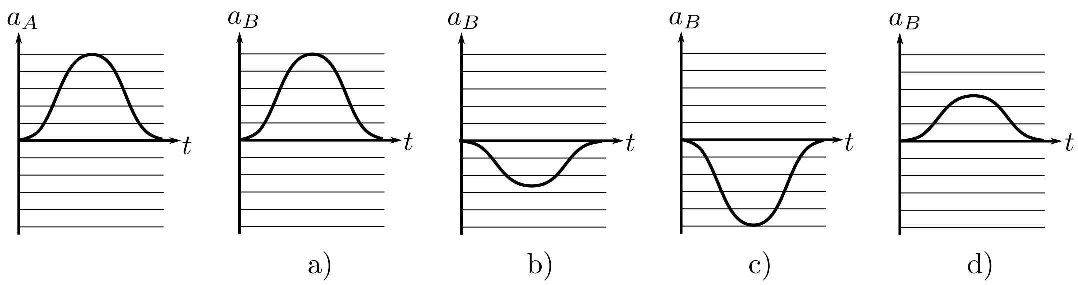
c) $\frac{h}{2}$

d) $\frac{2h}{3}$

e) $\frac{3h}{4}$

Frage 7

Zwei Objekte A und B kollidieren. B hat die doppelte Masse von A. Die folgende Abbildung zeigt links den Zeitverlauf der Beschleunigung von A. Welche der anderen vier Graphen in der Abbildung zeigt den Beschleunigungsverlauf von B?



Frage 8

Die Zahl der Luftmoleküle in einem normalen Klassenzimmer ist ungefähr:

a) 10^9

b) 10^{15}

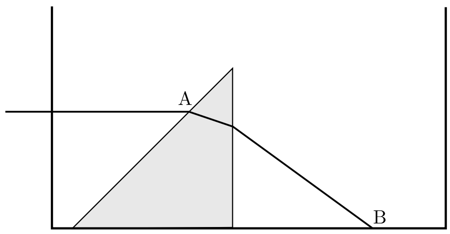
c) 10^{23}

d) 10^{28}

e) 10^{35}

Frage 9

Ein Glasprisma ist am Boden eines Gefässes positioniert (siehe Bild). Ein Lichtstrahl kommt von links und trifft am Punkt A auf das Prisma, wird dort gebrochen und trifft am Punkt B auf dem Boden des Gefässes auf. Nun wird die Wanne mit Wasser gefüllt, so dass das Prisma vollständig mit Wasser bedeckt ist. Der Brechungsindex von Glas ist grösser als der Brechungsinex von Wasser. Dann gilt:



a) Der Lichtstrahl trifft noch immer am Punkt B auf.

b) Der Lichtstrahl trifft zwischen Punkt B und dem Prisma auf.

c) Der Lichtstrahl wird weniger stark gebrochen und trifft weiter weg als Punkt B vom Prisma auf.

d) Der Lichtstrahl wird am Punkt A totalreflektiert.

e) Keine der vorangehenden Antworten ist richtig.

Frage 10

Ein Tannenzapfen und eine Eichel fallen im gleichen Moment zu Boden. Die Anfangsgeschwindigkeit ist null und der Luftwiderstand wird vernachlässigt. Der Tannenzapfen startet dreimal weiter oben als die Eichel und braucht die Zeit T, um den Boden zu erreichen. Wie lange hat die Eichel, bis sie den Boden erreicht?

a) $\frac{T}{3}$

b) $\frac{T}{\sqrt{3}}$

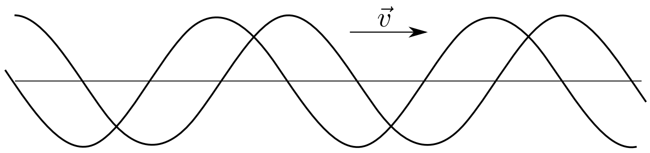
c) $T\sqrt{3}$

d) $3T$

e) keine der vorangehenden Antworten ist richtig

Frage 11

Die Abbildung zeigt zwei Wellen der gleichen Amplitude X, welche sich in die gleiche Richtung bewegen. Die erste Welle geht dabei der zweiten um eine Viertelwellenlänge voraus. Wie gross ist die Amplitude der resultierenden Welle?



a) 0

b) $2X$

c) zwischen 0 und X

d) zwischen X und $2X$

e) zwischen $2X$ und $3X$

Frage 12

Eine radioaktive Quelle hat eine Halbwertszeit von einer Stunde. Wie lange wird es dauern, bis die Aktivität der Quelle auf etwa $\frac{1}{30}$ des Anfangswerts gesunken ist?

a) 3 Stunden

b) 5 Stunden

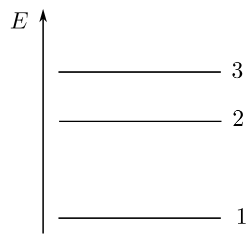
c) 15 Stunden

d) 30 Stunden

e) keine der vorangehenden Antworten ist richtig

Frage 13

Das folgende Schema zeigt einige Energieniveaus für ein bestimmtes Atom. Die Energiedifferenz zwischen Niveau 1 und Niveau 2 ist zweimal so gross wie diejenige zwischen 2 und 3. Wenn ein Elektron von Niveau 3 auf Niveau 2 zurück fällt, emittiert es ein Photon der Wellenlänge λ.



Welche anderen Wellenlängen resultieren aus den Übergängen zwischen den drei Energieniveaus?

a) nur $\frac{\lambda}{2}$

b) $\frac{\lambda}{2}$ und $\frac{\lambda}{3}$

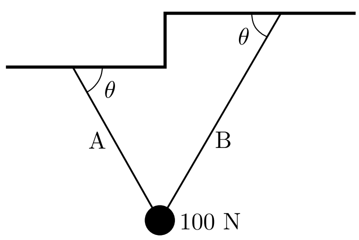
c) nur 2λ

d) 2λ und 3λ

e) keine der vorangehenden Antworten ist richtig

Frage 14

Eine Kugel mit dem Gewicht 100 N wird durch zwei Seile gehalten, wie in der Abbildung gezeigt. Was können wir über die Saitenspannung dieser Seile sagen?



a) Die Spannung in beiden Seilen beträgt 50 N.

b) Die Spannung in beiden Seilen ist identisch und kleiner als 50 N.

c) Die Spannung in beiden Seilen ist identisch und grösser als 50 N.

d) Die Spannung in Seil A ist grösser als jene in Seil B.

e) Die Spannung in Seil B ist grösser als jene in Seil A.

Frage 15

Wir haben zwei Sternen A und B. Der Radius von Stern A ist doppelt so gross wie der Radius von B. Die Oberflächentemperatur von A ist doppelt so gross wie die Oberflächentemperatur von B. Das Verhältnis zwischen den gesamten Strahlungsenergien $\frac{P_A}{P_B}$ ist dann gleich:

a) 4

b) 8

c) 16

d) 32

e) 64

Frage 16

Jedes Mal, wenn ein Velofahrer eine Umdrehung mit den Pedalen gemacht hat, verrichtet er eine Arbeit von 200 J. Das Velo bewegt sich dadurch 5 m weit. Die Gesamtmasse von Velo und Fahrer beträgt 100 kg. Die Beschleunigung beträgt dann:

a) $0.10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

b) $0.25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

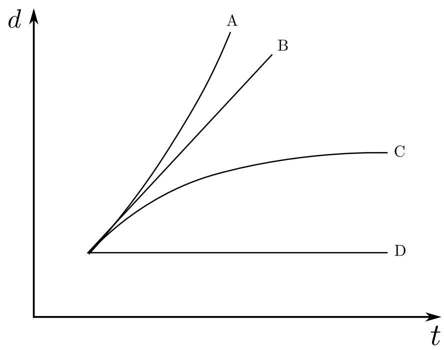
c) $0.40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

d) $0.80\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

e) $1.25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Frage 17

Zwei Blöcke gleicher Masse gleiten mit gleicher, konstanter Beschleunigung eine Rampe hinab. Der erste Block startet zum Zeitpunkt $t = 0$, der zweite Block 1 s später von der gleichen Stelle. Welche der Kurven repräsentiert den Abstand d zwischen den zwei Blöcken als Funktion der Zeit t am besten?



a) Kurve A

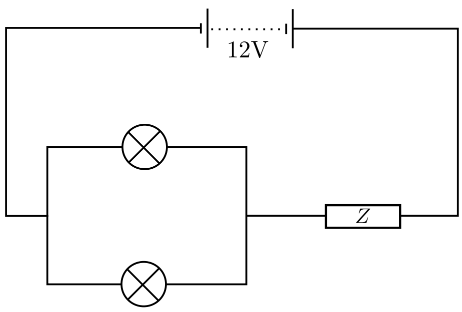
b) Kurve B

c) Kurve C

d) Kurve D

Frage 18

Beide Lampen in der Parallelschaltung haben einen Widerstand R. Normalerweise werden sie bei einer Spannung von 6 V in Serie geschaltet. Wie gross muss der Widerstand Z sein, damit die Lampen gleich stark leuchten wie bei der Serieschaltung?



a) $\frac{R}{2}$

b) R

c) $\frac{3R}{2}$

d) $\frac{7R}{2}$

e) 0

Frage 19

Wenn man den Strom in einer langen Spule verdoppelt und gleichzeitig auch noch die Länge der Spule verdoppelt (bei gleichbleibender Anzahl Windungen) so verändert sich das Magnetfeld im Inneren der Spule folgendermassen:

a) Es wird vervierfacht.

b) Es wird halbiert.

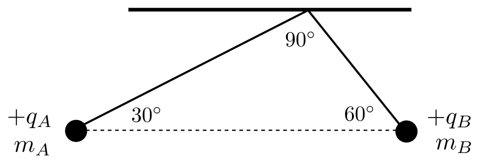
c) Es bleibt unverändert.

d) Es wird um einen Faktor vier kleiner.

e) Keine der vorangehenden Antworten ist richtig.

Frage 20

Zwei Kugeln mit positiven Ladungen q_A und q_B werden an zwei dünnen Fäden aufgehängt wie in der Abbildung dargestellt. Die Winkel des Dreiecks betragen 30, 60 und 90 Grad. Die Kugeln haben die Massen m_A und m_B. Bestimme das Massenverhältnis der Kugeln :



a) $\frac{m_B}{m_A} = \sqrt{3}$

b) $\frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

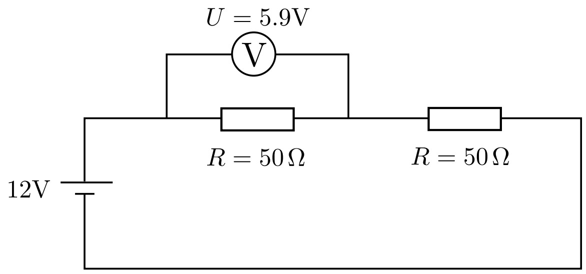
c) $\frac{m_B}{m_A} = 3$

d) $\frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{m_B}{m_A} = 1$

Frage 21

Die Abbildung zeigt eine Schaltung mit zwei gleichen Widerständen von jeweils $50\,\Omega$. Die Spannungsquelle liefert eine konstante Klemmenspannung von 12 V. Das Voltmeter über einem der Widerstände zeigt 5.9 V. Wie gross ist der Innenwiderstand des Voltmeters?



a) $0\,\Omega$

b) $50\,\Omega$

c) $1.5\,\mathrm{k}\Omega$

d) $3\,\mathrm{k}\Omega$

e) ∞

Frage 22

Mit dem Higgs-Boson kann man Folgendes erklären:

a) Den Ursprung der elektrischen Ladungen der Elementarteilchen.

b) Den Ursprung der Masse der Elementarteilchen.

c) Den Ursprung des Gewichts der Elementarteilchen.

d) Den Ursprung des Spins der Elementarteilchen.

e) Keine der vorangehenden Antworten ist richtig.

Multiple-Choice Fragen : Antwortblatt

Zeit : 60 Minuten
Maximalpunktzahl : 16 Punkte (1 Punkt pro richtige Antwort)
Kennzeichnen Sie die richtige Antwort durch Ankreuzen des dafür vorgesehenen Kästchens. Bei jeder Frage gibt es nur **eine** richtige Antwort.

Beantworten Sie **nur 16** der 22 Fragen. Kennzeichnen Sie die 6 nicht zu bewertenden Fragen durch ein Ankreuzen des Kästchens in der letzten Spalte. Falls Sie weniger als 6 Fragen als "nicht zu bewerten" ankreuzen, so wird Ihnen eine entsprechende Anzahl richtiger Antworten gestrichen.

Name	:
Vornname	:
Total	:

	a)	b)	c)	d)	e)	Nicht bewerten
Frage 1	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 2	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 3	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 4	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 5	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 6	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 7	☐	☐	☐	☐		☐
Frage 8	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 9	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 10	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 11	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 12	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 13	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 14	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 15	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 16	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 17	☐	☐	☐	☐		☐
Frage 18	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 19	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 20	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 21	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 22	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Theoretische Probleme

Zeit : 120 Minuten
Maximalpunktzahl : 48 Punkte

Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt, um das Korrigieren zu erleichtern.

Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	=	$299\,792\,458\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
Permeabilität (Vakuum)	μ_0	=	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}A^{-2}{\cdot}s^{-2}}$
Permittivität (Vakuum)	ε_0	=	$8.854\,187\,817\ldots \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2{\cdot}s^4{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-3}}$
Plancksches Wirkungsquantum	h	=	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}$
Elementarladung	e	=	$1.602\,176\,565\,(35) \times 10^{-19}\,\mathrm{A{\cdot}s}$
Gravitationskonstante	G	=	$6.673\,84\,(80) \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$
Erdbeschleunigung	g	=	$9.81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$
Avogadro-Zahl	N_A	=	$6.022\,141\,29\,(27) \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Boltzmann Konstante	k_B	=	$1.380\,648\,8\,(13) \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
Stefan-Boltzmann Konstante	σ	=	$5.670\,373\,(21) \times 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$
Masse des Elektrons	m_e	=	$9.109\,382\,6\,(16) \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Masse des Neutrons	m_n	=	$1.674\,927\,28\,(29) \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Aufgabe 1 : Elektromagnetismus *(16 Punkte)*

Teil A. Elektrizitätslehre (10 Punkte)

Man betrachtet eine elektrisch leitende Platte welche in der Ebene $z = 0$ liegt sowie eine Punktladung Q welche sich an der Position $(x, y, z) = (0, 0, h)$ befindet. Um das elektrische Feld, welches von dieser Punktladung erzeugt wird, zu berechnen, kann man die Methode der Spiegelladungen verwenden: Man denkt sich die Platte weg und ersetzt sie durch eine Punktladung $-Q$ an der Position $(0, 0, -h)$.

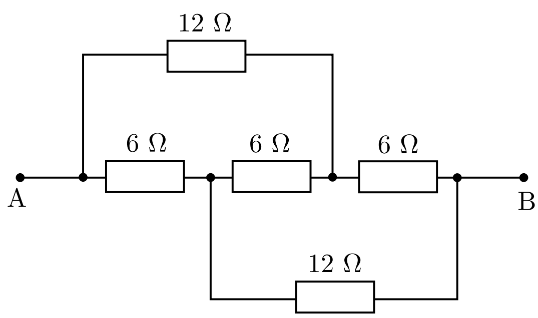
i. (5 P) Berechnen Sie mit Hilfe der Methode der Spiegelladungen das elektrische Feld an einem beliebigen Punkt der Platte. Diskutieren Sie die Richtung des elektrischen Feldes auf der Platte. Konnte dieses Resultat (die Richtung) auch ohne Rechnung erwartet werden und wieso?

ii. (3 P) Berechnen Sie die Energie, welche benötigt wird um die Punktladung auf die Position $(0, 0, 2h)$ zu verschieben.

iii. (2 P) Berechnen Sie die Energie, welche benötigt wird um die Punktladung unendlich weit von der Platte zu entfernen. Sie startet wieder aus der Position $(0, 0, h)$.

Teil B. Schaltkreise (6 Punkte)

i. (6 P) Berechnen Sie den Gesamtwiderstand zwischen den Punkten A und B. *Hinweis*: Denken Sie an die Krichhoffschen Gesetze.



Aufgabe 2 : Die interplanetare Reise von Curiosity *(16 Punkte)*

Der Rover Curiosity der Mars-Mission "Mars Science Laboratory" (MSL) war letztes Jahr weltweit in den Schlagzeilen durch seine spektakuläre Landung und die nachher an die Erde übermittelten Bilder des roten Planeten. In dieser Aufgabe befassen wir uns mit dem verhältnismässig einfachen Teil seiner Reise zum Mars.

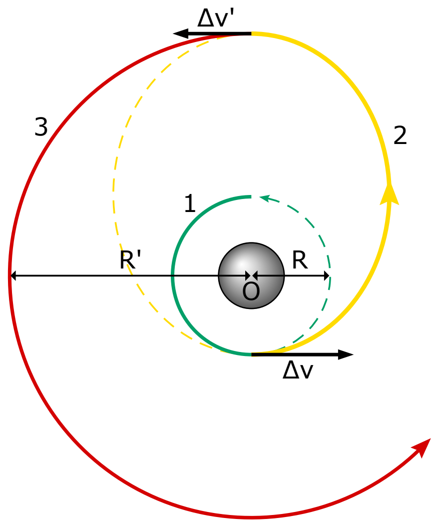
Die gesamte mechanische Energie eines Gravitationssystems mit zwei Körpern mit Massen m und M welche gegenseitig umeinander kreisen ist gegeben durch

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2a},$$

wobei r die Distanz zwischen den beiden Massenmittelpunkten der Körper ist und a der über die Zeit gemittelte Mittelwert von r. Wenn $m \ll M$ ist, kann man den zweiten Term in der Gleichung vernachlässigen und die Umlaufbahn des Körpers mit der Masse m um M entspricht einer Ellipse, wobei M sich in einem der Brennpunkte der Ellipse befindet und a die Länge der grossen Halbachse ist. Das dritte Keplersche Gesetz besagt zudem, dass das Quadrat der Umlaufdauer T proportional ist zu a^3:

$$T^2 \propto a^3.$$

Sobald eine Raumsonde, z.B. die MSL, die Erdumlaufbahn verlassen hat, befindet sie sich auf einer Umlaufbahn um die Sonne welche gleich ist mit jener der Erde (um die Sonne). Nun kann man die Sonde dazu bringen eine Umlaufbahn um den Mars zu erreichen, indem man sie auf einen "Transferorbit" schickt, welcher die beiden kreisförmigen Umlaufbahnen von Erde und Mars verbindet. Die Lösung, welche dafür am wenigsten Treibstoff braucht, ist ein sogenannter Hohmann-Orbit (siehe Zeichnung). Dieser besteht aus tangentialen, exzentrischen Ellipsen, welche die kreisförmigen Planetenumlaufbahnen der Radien R und R' miteinander verbinden. Um eine solche Flugkurve erreichen zu können, sind zwei quasi-augenblickliche Impulse (welche durch leistungsfähige Motoren mit grosser Schubkraft erreicht werden) nötig, welche zu Geschindigkeitsveränderungen Δv und $\Delta v'$ führen. Der erste Schritt bewirkt dabei das Verlassen des Erdorbits und der zweite den Eintritt in den Marsorbit.



In dieser Aufgabe werden wir sämtliche Aspekte der Gravitationskräfte von Mars und Erde vernachlässigen und uns nur auf den Hohmann-Orbit konzentrieren. In Wirklichkeit musste die MSL ebenfalls zuerst den Erdorbit verlassen und in einem zweiten Schritt jenen des Mars erreichen, wobei die Steuerung hierfür natürlich komplizierter war als hier angenommen.

Für die numerischen Rechnungen werden die Distanz Erde-Sonne ($R = 1\,\text{AE} = 149 \times 10^6\,\text{km}$) und Mars-Sonne ($R' = 1.5\,\text{AE}$) benötigt.

i. (1.5 P) Geben Sie eine Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit $v(r)$ einer Raumsonde, welche auf einem elliptischen Orbit mit langer Halbachse a um die Sonne kreist, an. r ist die Distanz der Sonde zum Zentrum der Sonne.

ii. (1.5 P) Erklären Sie, wieso es ökonomischer ist (im Bezug auf den Treibstoffverbrauch), einen Hohmann-Orbit zu verwenden statt eines Transferorbits, welcher auf einer Sekante zum Marsorbit basiert.

iii. (1.5 P) In welcher Distanz zur Sonne befinden sich der Perihel (der Punkt, der am nächsten zur Sonne liegt) und der Aphel (der am weitesten) eines Hohmann-Orbits von Erde zum Mars? Geben Sie auch die Länge der grossen Halbachse an.

iv. (6 P) Geben Sie die Formeln (in algebraischer Form) für die Geschwindigkeitsänderungen Δv und $\Delta v'$ verbunden mit dem Übergang auf den Hohmann-Orbit und anschliessend auf den Marsorbit an. Berechnen Sie nachher diese Geschwindigkeitsänderungen.

v. (4 P) Berechnen Sie die Zeitdauer der Reise von Erde zu Mars auf einem Hohmann-Orbit.

vi. (1.5 P) Erklären Sie kurz, wieso das Zeitfenster zum Start der MSL-Mission nur ungefähr 20 Tage lang ist.

Aufgabe 3 : Gewehrkugel *(16 Punkte)*

Bemerkung: beide Teile sind unabhängig voneinander und können separat gelöst werden.

Teil A. Geschwindigkeit der Gewehrkugel (9 Punkte)

Man kann die Geschwindigkeit einer Gewehrkugel mithilfe eines in Abbildung 1 skizzierten Aufbaus bestimmen. Dieser Aufbau kann vereinfacht durch den in Abbildung 2 dargestellten Schaltkreis veranschaulicht werden. Die Schalter $S1$ und $S2$ sind Drähte, welche in einem Rahmen aufgespannt sind und durch die Kugel durchtrennt werden. Die Distanz d zwischen den beiden Rahmen ist bekannt, genauso wie die Spannung U_0, die Kapazität C und der Widerstand R. Weiter sind die Masse m der Kugel bekannt und die Spannung U_C, welche am Kondensator anliegt, nachdem die Kugel $S2$ durchgetrennt hat.

i. (0.5 P) Welche Angabe fehlt, damit Sie die Geschwindigkeit der Kugel berechnen können?

ii. (3 P) Wie können Sie die benötigte Grösse mit Hilfe des Schaltkreises in Figur 2 bestimmen? Falls Sie diese Frage nicht beantworten können, erklären Sie das Entladungsverhalten eines Kondensators [2.25 P].

iii. (4.5 P) Geben Sie die Geschwindigkeit der Gewehrkugel als Funktion von U_0, U_C, R, C und d an.

iv. (1 P) Wie beeinflusst der Aufbau die Messgenauigkeit (abgesehen vom Messfehler bei d)? Wie könnte dieser Einfluss minimiert werden?

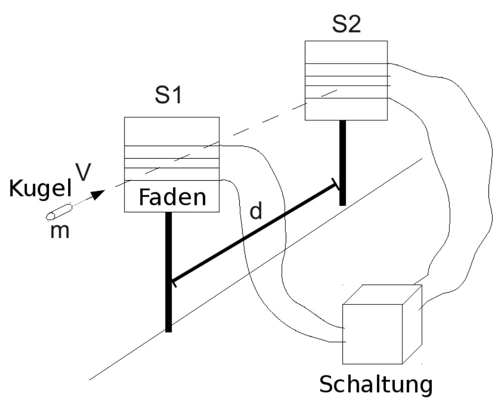


Abb 1 - Der Schaltkreis ist in Abbildung 2 erklärt.

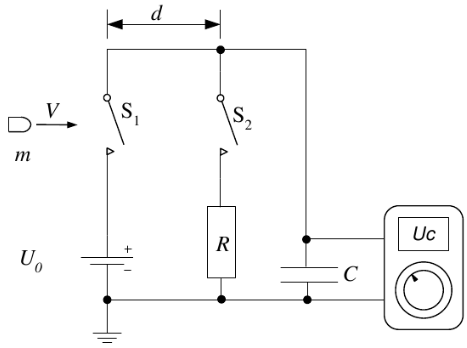


Abb 2 - Die Spannung U_C wird durch ein digitales Multimeter gemessen welches die Spannung anzeigt.

Teil B. Aufprall der Kugel (7 Punkte)

Die Gewehrkugel besitzt eine bekannte Geschwindigkeit v. Um sie abzubremsen stellt man eine Stahlplatte in ihren Weg. Wir nehmen an, dass ein Prozensatz η ihrer Energie beim Aufprall in Wärme umgewandelt wird.

i. (1.5 P) Wie kann man bestimmen ob die Kugel beim Aufprall schmelzen wird?

ii. (1.5 P) Nehmen Sie an, die Kugel wird schmelzen. Welcher Gewichtsanteil $\mu = \frac{m_{\text{geschmolzen}}}{m}$ wird schmelzen?

iii. (1.5 P) Bestimmen Sie die Mindestgeschwindigkeit der Kugel damit sie zu schmelzen beginnt, und jene, damit sie vollständig schmilzt.

iv. (1 P) Nehmen Sie an, dass die restliche Energie $(1-\eta)$ als Wärme auf die Stahlplatte übertragen wird. Wie heiss wird der Aufprallpunkt?

v. (1.5 P) Wieso schmilzt die Kugel, während sich die Platte nur wenig erwärmt?

Angaben :

Angaben: Die Gewehrkugel ist aus Blei und hat eine Masse $m = 4$ g und eine Geschwindigkeit $v = 305\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Die Dichte von Blei ist $\rho_{\text{Blei}} = 11300\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ und jene von Stahl $\rho_{\text{Stahl}} = 7850\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Die spezifischen Wärmekapazitäten sind $c_{\text{Blei}} = 120\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ und $c_{\text{Stahl}} = 460\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Die Schmelzwärme von Blei ist $L_{\text{Blei}} = 2500\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ bei einer Schmelztemperatur von $T_{\text{Blei}} = 327.5\,°\text{C}$. Die Raumtemperatur (sowie die Anfangstemperaturen aller Objekte) beträgt $T_0 = 25\,°\text{C}$. $\eta = 80\,\%$ der Energie werden beim Aufprall in Wärme umgewandelt. Setzen Sie die numerischen Werte immer erst ganz zum Schluss der Rechnungen ein, geben Sie die Formeln immer zuerst in algebraischer Form an!

MC : solution

	a)	b)	c)	d)	e)
Question 1	□	□	□	■	□
Question 2	□	□	□	■	□
Question 3	□	□	■	□	□
Question 4	■	□	□	□	□
Question 5	■	□	□	□	□
Question 6	□	□	□	□	■
Question 7	□	■	□	□	
Question 8	□	□	□	■	□
Question 9	□	□	■	□	□
Question 10	□	■	□	□	□
Question 11	□	□	□	■	□
Question 12	□	■	□	□	□
Question 13	□	■	□	□	□
Question 14	□	□	■	□	□
Question 15	□	□	□	□	■
Question 16	□	□	■	□	□
Question 17	□	■	□	□	
Question 18	□	□	■	□	□
Question 19	□	□	■	□	□
Question 20	□	□	■	□	□
Question 21	□	□	■	□	□
Question 22	□	■	□	□	□

Problèmes théoriques

Durée : 120 minutes
Cotation : 48 points

Problème 1 : Electromagnétisme *(16 points)*

Partie A. Electricité (10 points)

i. (5 pts) $E_z(x, y, z = 0) = -\frac{2}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qh}{(h^2+r^2)^{3/2}}$ (4,5 pts) où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Le champ est perpendiculaire à la plaque conductrice. On pouvait le savoir avant d'effectuer un calcul comme le potentiel électrique est constant dans un conducteur, ce qui garantit qu'à sa surface, le champ électrique y est perpendiculaire (0,5 pt).

ii. (3 pts) La force électrostatique exercée par la plaque sur la charge vaut $F_{el,z}(z) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{(2z)^2}$ (1 pt). On doit donc appliquer une force opposée pour amener la charge de la position $z = h$ à la posistion $z = 2h$, dont le travail vaut $W = \int_h^{2h} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{4z^2}dz = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{-1}{4z}|_h^{2h} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{8h}$ (2 pts).

iii. (2 pts) Dans ce cas, il faut intégrer jusqu'à $+\infty$, et on obtient $W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{4h}$ (2 pts).

Notez qu'on peut arriver aux mêmes résultats par des considérations d'énergie potentielle qui évitent le calcul d'intégrales.

Partie B. Circuits (6 points)

i. (6 pts) On suppose qu'un courant I_4 traverse la résistance de $12\,\Omega$ du haut, I_1, I_2 et I_3 de gauche à droite celles de $6\,\Omega$ et I_5 celle de $12\,\Omega$ du bas, tous de gauche à droite. Par la loi des noeuds de Kirchhoff, on a $I = I_1 + I_4 = I_3 + I_5$, $I_1 = I_2 + I_5$ et $I_3 = I_2 + I_4$, et par celle des boucles $U = U_1 + U_2 + U_3 = R(I_1 + I_2 + I_3)$, $2RI_4 = U_4 = U_1 + U_2 = R(I_1 + I_2)$ et $2RI_5 = R(I_2 + I_3)$ (2 pts).

On peut résoudre le système d'équations linéaires et trouver par exemple $I = \frac{11}{2}I_2$ et $U = 7RI_2$, ce qui donne une résistance équivalente $R_{eq} = \frac{U}{I} = \frac{14}{11}R$ (2 pts), pour une valeur numérique de $R_{eq} = 7,6\,\Omega$ (1 pt).

Problème 2 : Le voyage interplanétaire de Curiosity *(16 points)*

i. (1,5 pts) $v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$ (1,5 pts pour la formule correcte, 0 sinon)

ii. (1,5 pts) L'aphélie d'une orbite sécante serait situé plus loin du Soleil que l'orbite de Mars et demande plus d'énergie pour être atteint.

iii. (1,5 pts) $d_{H,\text{peri}} = R$, $d_{H,\text{aph}} = R'$, $a_H = \frac{1}{2}(R + R')$ (0,5 pt par réponse)

iv. (6 pts)

Orbite de la Terre: $a_T = R \Rightarrow v_T = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ (0,5 pt)

Orbite de Mars: $a_T = R' \Rightarrow v_M = \sqrt{\frac{GM}{R'}}$ (0,5 pt)

Les variations de vitesses recherchées sont respectivement $\Delta v = v_{H,\text{peri}} - v_T$ (0,5 pt) et $\Delta v' = v_M - v_{H,\text{aph}}$ (0,5 pt)

En utilisant le résultat de i., on trouve

$$\Delta v = \sqrt{\frac{GM}{R}}\left(\sqrt{\frac{2R'}{R+R'}} - 1\right) \quad (1\,\text{pt})$$

$$\Delta v' = \sqrt{\frac{GM}{R'}}\left(1 - \sqrt{\frac{2R}{R+R'}}\right) \quad (1\,\text{pt})$$

(d'autres expressions équivalentes sont évidemment possibles; 0 pt si elles sont fausses)

Les variations relatives sont

$$\frac{\Delta v}{v_T} = \sqrt{\frac{2R'}{R+R'}} - 1 = 9,5\% \quad (1\,\text{pt})$$

$$\frac{\Delta v'}{v_{H,\text{aph}}} = \sqrt{\frac{R+R'}{2R}} - 1 = 12\% \quad (1\,\text{pt})$$

(donner dans les deux cas 0,5 pt pour l'expression algébrique et 0,5 pt pour la valeur numérique)

v. (4 pts) Par la troisième loi de Kepler appliquée aux satellites du Soleil, on sait qu'il existe une constante α telle que la période de l'orbite de la Terre $T_T = 1$ an et celle de l'orbite de Hohmann T_H satisfont les relations

$$\begin{aligned} T_T^2 &= \alpha R^3 \quad (0,5\,\text{pt}) \\ T_H^2 &= \alpha\left(\frac{R+R'}{2}\right)^3 \quad (0,5\,\text{pt}), \end{aligned}$$

ce qui nous permet de trouver la période de l'orbite de Hohmann,

$$T_H = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(1 + \frac{R'}{R}\right)^{3/2} T_T \quad (1\,\text{pt})$$

La durée du trajet entre les orbites de la Terre et de Mars le long d'une orbite de Hohmann correspond à une demi-période, soit

$$\Delta t = \frac{1}{4\sqrt{2}}\left(1 + \frac{R'}{R}\right)^{3/2} T_T = 255 \text{ jours} \quad (1\,\text{pt})$$

(0,5 pt pour la formule algébrique et 0,5 pt pour la réponse numérique. Notez que techniquement on devrait la donner à seulement deux chiffres significatifs, $2,6 \times 10^2$ jours)

vi. (1,5 pts) Comme le vaisseau atteindra son aphélie environ 260 jours après son lancement et ensuite reviendra vers son point de départ, il faut que Mars soit dans les parages s'il ne veut pas manquer son rendez-vous.

Problème 3 : Balle de fusil *(16 points)*

Partie A. Vitesse de balle (9 points)

i. (0.5 pts) Quelle quantité vous manque-t-il pour pouvoir déterminer la vitesse de la balle?

Le temps τ qu'elle met pour aller de $S1$ à $S2$.

ii. (3 pts) Expliquez comment obtenir cette quantité avec le dispositif expérimental décrit ici.
Si vous ne savez pas, expliquez le phénomène de décharge d'un condensateur [**2.25pts**]

Lorsque la balle sectionne le fil en $S1$, elle va isoler le circuit RC et laisser le condensateur se décharger dans la résistance. La tension aux bornes du condensateur évolue selon la loi

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \tag{1}$$

Quand la balle sectionne le fil en $S2$ elle va stopper la décharge du condensateur. Il suffit de mesurer la tension aux bornes du condensateur à ce moment là, grâce au voltmètre, pour déterminer durant combien de temps le condensateur s'est déchargé à l'aide de la loi (1). Ce temps correspond au temps de vol de la balle entre $S1$ et $S2$.

iii. (4.5 pts) Donnez l'expression de la vitesse de la balle en fonction de U_0, U_C R, C et d.

Soit τ le temps de vol entre $S1$ et $S2$, en posant $U_C = U(\tau)$ et utilisant la loi (1) on obtient

$$\frac{U_C}{U_0} = e^{-\frac{\tau}{RC}} \quad (1.5\,\text{pt})$$

En appliquant le logarithme des deux côtés on trouve

$$\ln\frac{U_0}{U_C} = \frac{\tau}{RC} \quad (1.5\,\text{pt})$$

Et finalement on obtient

$$\tau = RC\ln\frac{U_0}{U_C}$$

On utilise cette valeur pour calculer la vitesse

$$V = \frac{d}{\tau} = \frac{d}{RC\ln\frac{U_0}{U_C}} \quad (1.5\,\text{pt})$$

iv. (1 pt) A part l'erreur sur la mesure de d, décrivez une source possible d'erreur induite par le dispositif expérimental, indiquez aussi comment la minimiser.

Quand la balle coupe le fil elle a de grandes chances d'être freinée, en effet il faut un fil très fin, peu élastique et bien tendu de façon à ce qu'il casse nettement lorsqu'il est heurté par la balle.

Lorsque la balle a coupé $S1$ la résistance interne r_i du volmètre s'ajoute en parralèle à R. La résistance équivalente est donnée par $R_{eq} = \frac{Rr_i}{R+r_i}$ On peut minimiser cette erreur sur R en utilisant R_{eq} plutôt que R pour le calcul de τ ou en utilisant une résistance r_i très grande par rapport à R pour que $R_{eq} \simeq \frac{Rr_i}{r_i} = R$.

La décharge se revèle d'autant plus importante lorsque $S2$ est coupé, car le condensateur va se décharger dans r_i, il va donc être difficile de lire la valeur affichée sur le volmètre car elle changera sans arrêt, il convient de choisir une valeur de r_i très grande pour minimiser ce phénomène.

Partie B. Correction Impact de balle (16 points)

i. (1.5 pts) Comment savoir si la balle va fondre?

La chaleur transmise à la balle va contribuer à élever sa température selon la loi suivante

$$\Delta Q = mc_p(T_f - T_i) \quad (0.5\,\text{pt})$$

La balle va fondre si la quantité de chaleur est suffisante pour atteindre la température de fusion T_p du plomb, ie si :

$$T_f = \frac{\Delta Q}{mc_p} + T_i >= T_p$$

L'énergie sous forme de chaleur est égale à un pourcentage η de l'énergie de la balle, cette dernière ne possède que de l'énergie cinétique, on a donc

$$\Delta Q = \frac{\eta}{2}mv^2 \quad (0.5\,\text{pt})$$

En couplant les deux dernières relations on obtient

$$T_f = \frac{\eta}{2c_p}v^2 + T_i = 608K \quad (0.5\,\text{pt})$$

Cette température est plus grande que la température de fusion du plomb qui est de $600.5K$, la balle va donc commencer à fondre.

ii. (1.5 pts) En supposant qu'elle fonde, quelle fraction $\mu = \frac{m_{fondue}}{m}$ de sa masse va fondre?

Une fois que la balle a atteint sa température de fusion elle va passer de l'état solide à l'état liquide grâce à la quantité de chaleur restante

$$\begin{aligned} Q_{restante} &= \Delta Q - mc_p(T_p - T_i) \\ &= \frac{\eta}{2}mv^2 - mc_p(T_p - T_i) \quad (0.5\,\text{pt}) \end{aligned}$$

Cette chaleur va permettre la transformation de l'état solide à l'état liquide selon le relation suivante :

$$Q_{restante} = L_f m_{fondue} \quad (0.5\,\text{pt})$$

La quantité cherchée s'obtient donc en couplant les deux dernières relations

$$\mu = \frac{\frac{\eta}{2}v^2 - c_p(T_p - T_i)}{L_p} \quad (0.5\,\text{pt}) \qquad (2)$$

On trouve $\mu = 0.37$.

iii. (1.5 pts) Déterminez la vitesse que la balle doit avoir pour commencer à fondre, et pour qu'elle fonde entièrement.

Lorsque la balle commence à fondre $\mu = 0$ donc en reprenant la relation (2) on obtient

$$v = \sqrt{\frac{2c_p(T_p - T_0)}{\eta}} = 301\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Lorsque la balle a fini de fondre $\mu = 1$,on trouve cette fois

$$v = \sqrt{\frac{2}{\eta}(c_p(T_p - T_0) + L_p)} = 311\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

(0.5 pt par réponse algébrique, 0.5 pt pour les deux valeurs numériques)

iv. (1 pt) En supposant que l'énergie restante $(1 - \eta)$ est transférée à la plaque sous forme de chaleur, quelle est alors la température du point d'impact après le choc?

La chaleur transmise par la balle va contribuer à élever sa température selon la loi suivante

$$\Delta Q = m_a c_a (T_f - T_i)$$

La chaleur à disposition est égale à l'énergie restante

$$\Delta Q = \frac{1 - \eta}{2} m_p v^2$$

On ne connait pas m_a mais on peut comparer $\frac{m_p}{m_a} = \frac{\rho_p}{\rho_a}$.

La température finale est donc

$$T_f = \frac{1 - \eta}{2c_a}\frac{\rho_p}{\rho_a}v^2 + T_0 = 327\,\text{K}$$

v. (1.5 pts) Pourquoi la balle fond-elle alors que la plaque ne s'échauffe que très peu?

La chaleur massique de l'acier est plus élevée que celle du plomb, il faut donc plus de chaleur pour échauffer la même masse.